

(In)équations avec valeurs absolues

Exercice 1 Résoudre les équations suivantes:

1. $3|5x - 1| = 7$

4. $|x^2 - 4x + 3| = x - 3$

7. $|x - 2| = |3x + 2|$

2. $|x - 7| = 4x - 1$

5. $(|x| + x)(|x| - x) = 1$

8. $|x - 5| = |4 - x^2|$

3. $|x + 7| = 5 - x$

6. $|x - 7| = |4x - 1|$

9. $|x - \sqrt{2}| = |4x - 1|$

Exercice 2 Résoudre les inéquations suivantes:

1. $|x + 3| \leq 5$

3. $|x^2 - 2| \leq 2x + 1$

5. $\sqrt{|x^2 - 1|} \geq x - 5$

2. $|x - 2| + |x^2 + x - 6| \leq 3|x - 2|$

4. $|3x + 1| > |x + 2|$

6. $\sqrt{3x^2 + 5x + 2} < |x + 1|$

Exercice 3 On considère la suite définie par :

$$u_0 = 10 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \left| 1 - \frac{1}{2} u_n \right|.$$

1. Vérifier que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq 0$

2. Montrer que $\forall n \geq 2, u_n \leq 2$

3. En déduire que : $\forall n \geq 2, u_n = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-2} + \frac{2}{3}$