5 - Espaces vectoriels

1 La réunion $F \cup G$ de deux sous-espaces vectoriels F et G d'un même espace vectoriel E est un sous-espace vectoriel de E.

- A Vrai
- ☑ Faux

2 Soit $u = (1, 2, 3) \in \mathbb{R}^3$.

Dans quelle base (e_1, e_2, e_3), le vecteur u admet-il $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ pour coordonnées ?

- A Uniquement dans la base canonique
- B $e_1 = (5, 1, 0)$, $e_2 = (-3, -4, -5)$, $e_3 = (-1, 5, 8)$
- ☑ $e_1 = (2, 6, -2)$, $e_2 = (1, 1, 1)$, $e_3 = (-1, -2, 1)$
- D $e_1 = (4, -2, -6)$, $e_2 = (-3, 2, 5)$, $e_3 = (1, 0, -1)$

3 Soit $\mathcal{F}$ une famille libre (finie) de matrices de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Alors :

- A $card(\mathcal{F}) = 9$
- ☑ $card(\mathcal{F}) \leqslant 10$
- C $card(\mathcal{F}) > 8$
- D la matrice nulle 0_3 ne s'écrit pas comme une combinaison linéaire des matrices de $\mathcal{F}$

4 Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $\mathcal{F}$ une famille de n polynômes de $\mathbb{R}_n[X]$.
Alors :

- A $rg(\mathcal{F}) \geqslant n \Leftrightarrow \mathcal{F}$ est génératrice de $\mathbb{R}_n[X]$
- ☑ $rg(\mathcal{F}) \geqslant n \Leftrightarrow \mathcal{F}$ est libre
- C $rg(\mathcal{F}) = n \Leftrightarrow \mathcal{F}$ est une base de $\mathbb{R}_n[X]$
- D Aucune des propriétés ci-dessus n'est vraie

5 On note $\mathcal{S}_3(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices symétriques de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.
Alors :

- A $\dim \mathcal{S}_3(\mathbb{R}) = 3$
- ☑ $\dim \mathcal{S}_3(\mathbb{R}) = 6$
- C $\dim \mathcal{S}_3(\mathbb{R}) = 9$
- D $\mathcal{S}_3$ n'est pas un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$