

7 - Applications linéaires

1 Soit f une application linéaire entre deux espaces vectoriels E et F .

Alors $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$ sont des sous-espaces vectoriels de E .

- A Vrai
- B Faux

2 Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$.

Parmi les propositions suivantes, laquelle est fautive ?

- A Le rang de f est la dimension de son image
- B Le rang de f est égal à la dimension de l'espace engendré par une base de E .
- C Le rang de f est majoré par $\dim E$
- D $\text{rg } f = \dim E - \dim \text{Ker } f$ si E est de dimension finie.

3 Soient \mathcal{B}_1 , \mathcal{B}_2 et \mathcal{B}_3 des bases respectives de trois espaces vectoriels E , F et G .

Soient $u \in \mathcal{L}(F, G)$ et $v \in \mathcal{L}(E, F)$.

Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

- A $\text{Mat}_{\mathcal{B}_3 \leftarrow \mathcal{B}_1}(v \circ u) = \text{Mat}_{\mathcal{B}_3 \leftarrow \mathcal{B}_2}(v) \text{Mat}_{\mathcal{B}_2 \leftarrow \mathcal{B}_1}(u)$
- B $\text{Mat}_{\mathcal{B}_3 \leftarrow \mathcal{B}_1}(v \circ u) = \text{Mat}_{\mathcal{B}_3 \leftarrow \mathcal{B}_2}(u) \text{Mat}_{\mathcal{B}_2 \leftarrow \mathcal{B}_1}(v)$
- C $\text{Mat}_{\mathcal{B}_3 \leftarrow \mathcal{B}_1}(u \circ v) = \text{Mat}_{\mathcal{B}_3 \leftarrow \mathcal{B}_2}(u) \text{Mat}_{\mathcal{B}_2 \leftarrow \mathcal{B}_1}(v)$
- D $\text{Mat}_{\mathcal{B}_3 \leftarrow \mathcal{B}_1}(u \circ v) = \text{Mat}_{\mathcal{B}_2 \leftarrow \mathcal{B}_1}(v) \text{Mat}_{\mathcal{B}_3 \leftarrow \mathcal{B}_2}(u)$

- 4 On considère l'application
- $$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$
- $$(x, y, z) \mapsto (-3x - y + z, 8x + 3y - 2z, -4x - y + 2z)$$
- Parmi les propositions suivantes, laquelle est fausse ?
- A $\text{Im}(f) = \text{Vect}((-3, 8, -4), (-1, 3, -1), (1, -2, 1))$
- B $\text{Ker } f = \text{Vect}((1, -2, 1))$
- C $\dim \text{Ker}(f) = 2$
- D $\text{rg}(g) = 2$

- 5 Soient E et F deux espaces vectoriels et soient $f \in \mathcal{L}(E, F)$ et $g \in \mathcal{L}(F, E)$.
Si f et g sont bijectives alors :
- A $g^{-1} \circ f^{-1}$ est l'isomorphisme réciproque de $g \circ f$
- B $f \circ g$ est un isomorphisme de $\mathcal{L}(F, E)$
- C $f \circ g$ est un automorphisme de F
- D E et F sont de même dimension finie
