

**Semaines 3 et 4**  
du lundi 23 septembre au vendredi 4 octobre 2024

**Chapitre** : Séries

• **Mots-clé du cours** :

- série : définition d'une série convergente, divergente, somme partielle de rang  $n$ , somme d'une série,
- propriétés générales : linéarité, séries télescopiques (aucune théorie, simple illustration par exemples),
- séries à termes positifs : théorème de comparaison de séries à termes positifs, **critère d'équivalence**, convergence absolue, inégalité triangulaire,
- séries et sommes usuelles : séries exponentielles, séries géométrique et géométriques dérivées, série harmonique  $\sum \frac{1}{n}$ , série  $\sum \frac{1}{n^2}$  (la nature des séries de Riemann n'est pas au programme mais pourra faire l'objet d'un exercice).

**Chapitre** : Dénombrément (révisions de sup)

**Chapitre** : Probabilités discrètes

• **Mots-clé du cours** :

- tribu : définition d'une tribu, d'événements, d'espace probabilisable, vocabulaire et propriété des événements (intersection, réunion, incompatibilité, etc),
- loi de probabilité : définition (notion de  $\sigma$ -additivité), équiprobabilité, propriétés usuelles, notion d'événement négligeable, presque-sûr
- probabilités conditionnelles : définition, propriétés, loi de probabilité conditionnelle,
- grands théorèmes de probabilité : formule des probabilités composées, formule des probabilités totales (avec un système complet ou quasi-complet d'événements), formule de Bayes,
- indépendance : notion d'indépendance deux-à-deux, indépendance mutuelle, propriétés usuelles

**Résultats à connaître** :

- le terme général d'une série convergente converge vers 0 (ce résultat est hors-programme mais les étudiants l'ont déjà vu et ils doivent savoir le retrouver sur demande en exercice)
- linéarité de la somme
- théorème de comparaison des séries à termes positifs,
- critère d'équivalence des séries à termes positifs,
- la convergence absolue implique la convergence simple + inégalité triangulaire,
- convergence et somme d'une série exponentielle,
- CNS de convergence et somme d'une série géométrique, d'une série géométrique dérivée d'ordre 1 et 2,
- divergence de la série harmonique,
- convergence de la série  $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{1}{n^2}$ ,
- interprétation des événements ci-dessous :

(i) L'événement  $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n$  est réalisé si, et seulement si, tous les  $A_n$  sont réalisés.

(ii) L'événement  $\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$  est réalisé si, et seulement si, au moins un  $A_n$  est réalisé.

- (iii) L'événement  $\bigcup_{n=0}^{+\infty} \bigcap_{p=n}^{+\infty} A_p$  est réalisé si, et seulement si, tous les  $A_n$  sont réalisés à partir d'un certain rang.
- (iv) L'événement  $\bigcap_{n=0}^{+\infty} \bigcup_{p=n}^{+\infty} A_p$  est réalisé si, et seulement si, une infinité de  $A_n$  est réalisée.

- convergence de la série de probabilité d'événements deux-à-deux disjoints,
- propriétés usuelles des probabilités : complémentaire, intervalle de valeurs, croissance pour l'inclusion, formule du crible pour deux événements,
- propriétés des probabilités conditionnelles,
- formule des probabilités totales (avec affaiblissement des conditions en utilisant un système quasi-complet),
- formule des probabilités composées,
- formule de Bayes (les étudiants peuvent la redémontrer pour retrouver la formule),
- conservation du caractère mutuellement indépendant d'une famille d'événements : en remplaçant une sous-famille d'événements par leur complémentaire, en réalisant des coalitions (réunion, intersection, passage au complémentaire) de deux sous-familles disjointes d'événements.