Semaines 7 et 8
du lundi 4 au 15 novembre 2024

Chapitre : Variables aléatoires discrètes

- **Mots-clé du cours :**
  - variable aléatoire (définitions et propriétés communes aux variables discrètes et continues) : rappels généraux, fonction de répartition
  - inégalités de concentration : inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebytchev,
  - variable aléatoire discrète : loi, lien entre loi et fonction de répartition, système complet d'événements
  - espérance d'une variable aléatoire discrète, propriétés usuelles, théorème du transfert,
  - moment d'une variable aléatoire discrète : variance, notion de moment d'ordre r, de variable centrée, réduite, théorème de König-Huygens,
  - familles de lois usuelles :
    * loi uniforme sur $[\![a, b]\!]$: définition, univers-image, espérance (la variance est hors-programme mais peut être retrouvée par calculs), simulation en `Python`,
    * loi de Bernoulli : définition, univers-image, espérance, variance, exemple fondamental, simulation en `Python`,
    * loi binomiale : définition, univers-image, espérance, variance, sommes de variables aléatoires indépendantes suivant une même loi de Bernoulli, modèle (nombre de succès lors de la répétition d'un nombre fini d'expériences de Bernoulli de même paramètre), simulation en `Python`,
    * loi géométrique : définition, univers-image, espérance, variance, modèle (loi du rang du premier succès), simulation en `Python`,
    * loi de Poisson : définition, univers-image, espérance, variance.

  Les lois hypergéométriques ne sont plus au programme de BCPST, mais peuvent faire l'objet d'une étude lors d'un exercice.

- **Résultats à connaitre :**
  - ☐ propriétés de la fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle quelconque,
  - ☐ caractérisation d'une loi par sa fonction de répartition,
  - ☐ inégalité de Markov,
  - ☐ inégalité de Bienaymé-Tchebytchev (*la démonstration est exigible*)
  - ☐ lien entre loi et fonction de répartition d'une variable aléatoire discrète,
  - ☐ linéarité de l'espérance,
  - ☐ positivité et croissance de l'espérance,
  - ☐ théorème du transfert,
  - ☐ si une variable aléatoire discrète admet un moment d'ordre 2, elle admet une espérance,
  - ☐ formule de König-Huygens,
  - ☐ propriétés de la variable aléatoire centrée (resp. centrée réduite) associée à une variable aléatoire admettant une espérance (resp. une variance),
  - ☐ espérance d'une variable aléatoire suivant une loi uniforme,
  - ☐ espérance et variance d'une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli,
  - ☐ espérance et variance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale,
  - ☐ loi de la somme de variables aléatoires indépendantes suivant des loi de Bernoulli de même paramètre,
  - ☐ espérance et variance d'une loi géométrique (*la démonstration est exigible*),
  - ☐ espérance et variance d'une loi de Poisson (*la démonstration est exigible*).
  - ☐ simulation des lois usuelles (sauf loi de Poisson)