

Semaines 7 et 8
du lundi 10 au 21 novembre
2025

Chapitre : Variables aléatoires discrètes

• **Mots-clé du cours** :

- variable aléatoire (définitions et propriétés communes aux variables discrètes et continues) : rappels généraux, fonction de répartition
- inégalités de concentration : inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev,
- variable aléatoire discrète : loi, lien entre loi et fonction de répartition, système complet d'événements
- espérance d'une variable aléatoire discrète, propriétés usuelles, théorème du transfert,
- moment d'une variable aléatoire discrète : variance, notion de moment d'ordre r , de variable centrée, réduite, théorème de König-Huygens,
- familles de lois usuelles :
 - * loi uniforme sur $\llbracket a, b \rrbracket$: définition, univers-image, espérance (la variance est hors-programme mais peut être retrouvée par calculs), simulation en **Python**,
 - * loi de Bernoulli : définition, univers-image, espérance, variance, exemple fondamental, simulation en **Python**,
 - * loi binomiale : définition, univers-image, espérance, variance, sommes de variables aléatoires indépendantes suivant une même loi de Bernoulli, modèle (nombre de succès lors de la répétition d'un nombre déterminé d'expériences de Bernoulli indépendantes de même paramètre), simulation en **Python**,
 - * loi géométrique : définition, univers-image, espérance, variance, modèle (loi du rang du premier succès lors de la répétition - éventuellement infinie - d'expériences de Bernoulli indépendantes de même paramètre), simulation en **Python**,
 - * loi de Poisson : définition, univers-image, espérance, variance.

Les lois hypergéométriques ne sont plus au programme de BCPST, mais peuvent faire l'objet d'une étude lors d'un exercice.

• **Résultats à connaître** :

- ☐ propriétés de la fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle quelconque,
- ☐ caractérisation d'une loi par sa fonction de répartition,
- ☐ inégalité de Markov,
- ☐ inégalité de Bienaymé-Tchebychev (*la démonstration est exigible*)
- ☐ lien entre loi et fonction de répartition d'une variable aléatoire discrète,
- ☐ linéarité de l'espérance,
- ☐ positivité et croissance de l'espérance,
- ☐ théorème du transfert,
- ☐ si une variable aléatoire discrète admet un moment d'ordre 2, elle admet une espérance,
- ☐ formule de König-Huygens,
- ☐ propriétés de la variable aléatoire centrée (resp. centrée réduite) associée à une variable aléatoire admettant une espérance (resp. une variance),
- ☐ espérance d'une variable aléatoire suivant une loi uniforme,
- ☐ espérance et variance d'une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli,
- ☐ espérance et variance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale,
- ☐ loi de la somme de variables aléatoires indépendantes suivant des loi de Bernoulli de même paramètre,
- ☐ espérance et variance d'une loi géométrique (*la démonstration est exigible*),
- ☐ espérance et variance d'une loi de Poisson (*la démonstration est exigible*).
- ☐ simulation des lois usuelles (sauf loi de Poisson)