

Semaines 5 et 6

du lundi 2 au vendredi 14 novembre 2026

Chapitre : Nombres complexes (révisions de sup)**Chapitre** : Polynômes• **Mots-clé du cours** :

- Notation X pour désigner la fonction $x \mapsto x$.
- Généralités : opérations sur les polynômes (combinaison linéaire, produit, composée), unicité de l'écriture d'un polynôme, coefficient dominant, degré (définition, liens avec les opérations sur les polynômes), notations $K[X]$ et $\mathbb{K}_n[X]$ (tout le chapitre se limite à $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$)
- Racine et factorisation : définition d'une racine, caractérisation, généralisation à plusieurs racines distinctes, ordre de multiplicité d'une racine (la caractérisation par les dérivées successives est hors-programme)
- Polynômes et nombres complexes : conjugué d'une racine d'un polynôme à coefficients réels, théorème de d'Alembert-Gauss, factorisation dans $\mathbb{C}[X]$ (la factorisation dans $\mathbb{R}[X]$ est hors-programme).

Chapitre : Espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ • **Mots-clé du cours** :

- espaces vectoriels sur $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$: définition, premières propriétés de calcul,
- sous-espaces vectoriels : définition, caractérisation, intersection de sous-espaces vectoriels, sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs,
- famille génératrice d'un espace vectoriel, famille finie, propriétés usuelles,
- base : définition, caractérisation d'une base par l'existence d'une unique décomposition, base canonique,
- dimension : définition, notion de droite, de plan, d'hyperplan, théorème de la base incomplète, caractérisation d'une base par le nombre de vecteurs d'une famille libre, par une famille génératrice, dimension d'un sous-espace vectoriel,
- rang : définition, propriétés d'invariance
- espace vectoriels de référence : $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathbb{K}_n[X]$, $M_{n,p}(\mathbb{K})$ (nous verrons plus tard la structure d'espaces vectoriels de l'ensemble des applications linéaires de E vers F).

Résultats de cours et exercices d'application (cf. poly) à savoir redémontrer/traiter :

- ☐ Exemple 1.10 : montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu.
- ☐ Exemple 2.9 : montrer la liberté d'une famille (de fonctions).
- ☐ Théorème 2.10 : liberté d'une famille de polynômes non nuls de degrés étagés.
- ☐ Exemple 2.15 : montrer qu'une famille est une base et déterminer les coordonnées d'un vecteur dans une base.
- ☐ Exemple 2.20 : montrer qu'un ensemble est un espace vectoriel et en déterminer une base.
- ☐ Exemple 2.28 : calculer la dimension d'un espace vectoriel.
- ☐ Propriété 2.31 : lien entre familles libres/génératrices et leur rang.
- ☐ Exemple 2.34 : calculer le rang d'une famille.
- ☐ Exemple 1.14 : majorer - *finement* - le degré d'un polynôme.
- ☐ Exemple 2.17 : déterminer si un polynôme admet une racine multiple.
- ☐ Exemple 2.19 : lien entre degré et nombres de racines d'un polynômes.
- ☐ Exemple 2.24 : racines conjuguées d'un polynôme à coefficients réels, factoriser un polynôme