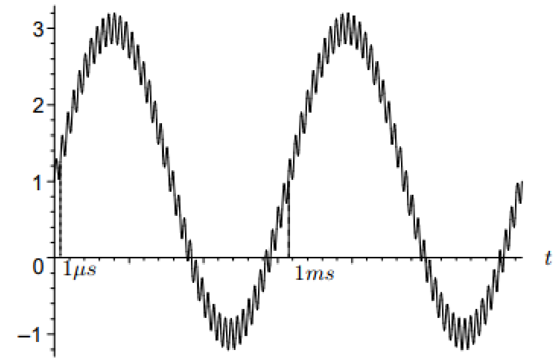
TD Physique n°1 : Filtrage linéaire d'un signal

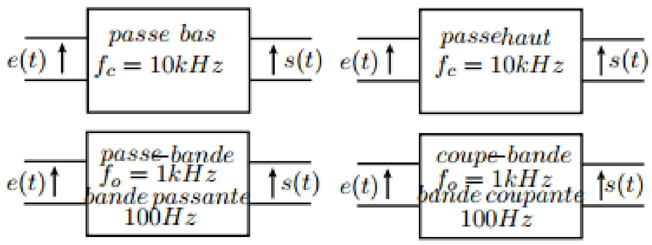
Exercice 1 : Filtrage d'un signal

Un signal électrique, délivré par un détecteur analogique, est représenté ci-dessous :



1. Donner l'allure du spectre de ce signal.

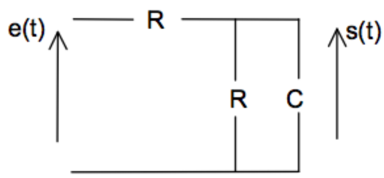
2. Ce signal alimente les quatre filtres **idéaux** suivants :



Pour chacun des filtres ci-dessus, décrire la tension obtenue en sortie de filtre.

1 : ce signal est la somme de 3 signaux dont un signal continu donc de fréquence nulle ; 2 : voir cours pour la définition de filtre, sur le spectre vérifier quel(s) signal(aux) est (sont) conservé(s) / éliminé(s)

Exercice 2 : Etude d'un filtre d'ordre 1 – application à la transmission d'un signal



1. *On utilise le filtre ci-contre :*

   a. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ de ce filtre. On posera : $x = RC\omega$.
   b. Donner l'expression de la réponse en gain et en phase. Tracer l'allure des courbes associées.
   c. Déterminer la bande-passante du filtre. On notera ω_c la pulsation de coupure de ce filtre.

2. *La tension d'entrée est désormais une tension triangulaire de pulsation $\omega_0 = \omega_c$ (définie à la question précédente), de période T_0, et d'amplitude E_m = 1,0 V. On prend RC = 2,0 ms. On admet que e(t) peut s'écrire sous la forme suivante :*

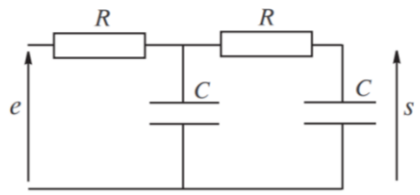
$$e(t) = E_m\left[\cos(\omega_0 t) + \frac{1}{3^2}\cos(3\omega_0 t) + \frac{1}{5^2}\cos(5\omega_0 t)\right]$$

   a. Quel signal *s(t)* attend-on en sortie en considérant le filtre comme idéal ?
   b. Calculer numériquement l'amplitude de la tension de sortie S_m ainsi que son déphasage φ par rapport au signal d'entrée.

1a : appliquer les lois de Kirchhoff et les lois sur les dipôles, utiliser la notation complexe ; 1b : voir cours, déterminer les limites de la réponse en gain et en phase pour l'allure du tracé ; 1c : voir cours ; 2a : tracer l'analyse spectrale du signal d'entrée, y placer la pulsation de coupure, conclure ; 2b : utiliser la réponse en gain déterminée en 1b et relier entrée et sortie pour la pulsation d'étude

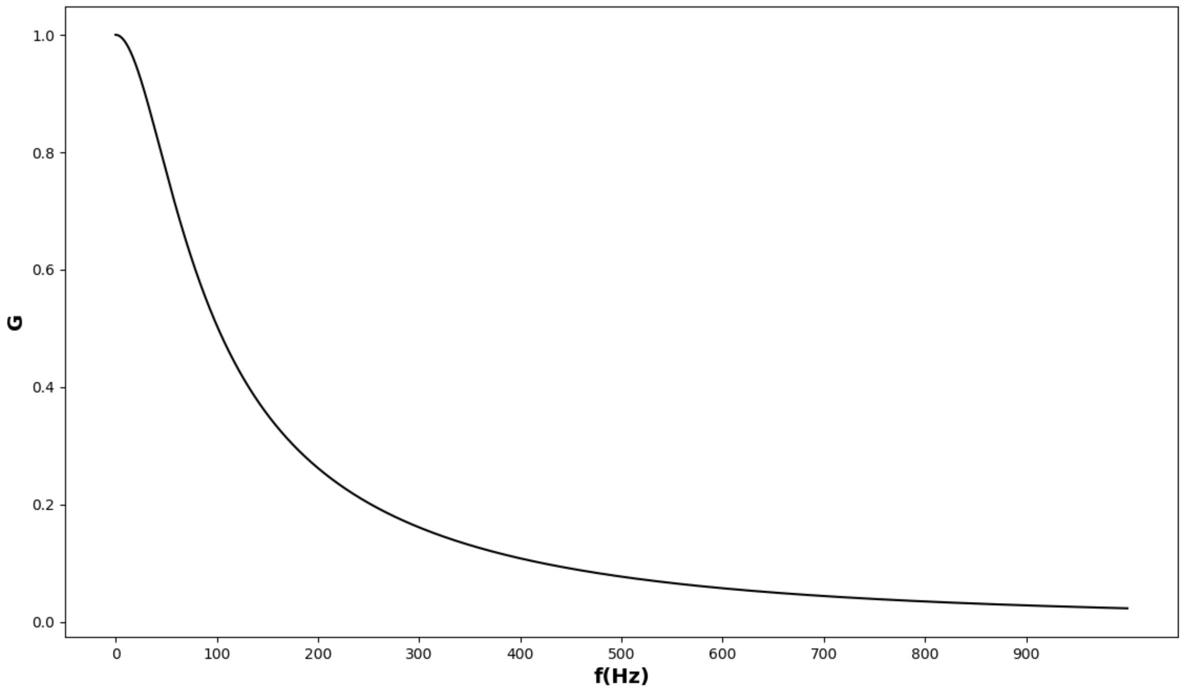
Exercice 4 : Filtre RC en cascade

On considère le filtre ci-contre :



La fonction de transfert de ce filtre s'écrit : $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{1}{1-R^2C^2\omega^2+j3RC\omega}$

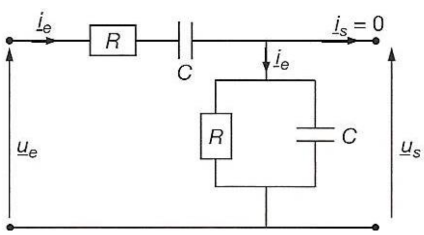
1. Donner les réponses en gain et en phase. On donnera l'allure de la réponse en gain en fonction de ω. Quelle est la nature du filtre ?
2. On donne ci-dessous la courbe du gain en fonction de ω pour $R = 1{,}0\ k\Omega$ et $C = 1{,}0\ \mu F$. Déterminer la pulsation de coupure ainsi que la bande-passante en pulsations de ce filtre.



1a : voir cours pour le passage de la fonction de transfert à la réponse en gain et en phase, déterminer les limites pour le tracé ; 2 : voir cours

Exercice 4 : Fonctions de transfert des filtres d'ordre 2

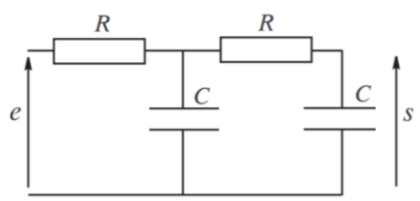
1.



Montrer que la fonction de transfert de ce filtre s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{1}{3+j\left(x-\frac{1}{x}\right)} \text{ avec } x = RC\omega$$

2.



Montrer que la fonction de transfert de ce filtre s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{1}{1 - R^2C^2\omega^2 + j3RC\omega}$$

1 et 2 : appliquer les lois de Kirchhoff et les lois sur les dipôles, utiliser la notation complexe le plus tôt possible pour gérer les dérivés $\frac{ds}{dt} = j\omega\underline{s}$ *et* $\frac{d^2s}{dt^2} = -\omega^2\underline{s}$