TD Physique n°5 : Approche énergétique du mouvement d'un point matériel

Application du cours

Application n°1 : Travail de forces conservative usuelles

1. Exprimer le travail du poids (dans un champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme)

2. Exprimer le travail de la force de rappel d'un ressort (de constante de raideur k)

Application n°2 : Distance de freinage

Une voiture de masse $\mathrm{m} = 1{,}5 \times 10^3 \mathrm{kg}$ roule à la vitesse de $50\ \mathrm{km}.h^{-1}$ sur une route horizontale. Devant un imprévu, le conducteur freine brutalement et s'arrête sur une distance $d = 15\ \mathrm{m}$. On modélise la force de freinage par une force constante opposée à la vitesse.

1. Calculer le travail de la force de freinage

2. En déduire la norme de cette force.

Application n°3 : Energies potentielles de pesanteur et élastique

1. Déterminer l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur (dans un champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme)

2. Déterminer l'expression de l'énergie potentielle élastique (pour un ressort de de constante de raideur k)

Application n°4 : Toboggan

Un adulte (m=70kg) descend un toboggan d'une hauteur h=5,0m faisant un angle α=45° avec le sol. On prendra $\mathrm{g} = 9{,}8\ \mathrm{m}.\mathrm{s}^{-2}$

1. Déterminer la vitesse de la personne en bas du toboggan en absence de frottement.

2. En réalité il s'exerce une force de frottement $\vec{\mathrm{T}}$ dont la norme est $\|\vec{\mathrm{T}}\| = \mathrm{f}\|\vec{\mathrm{R}}\|$, où $\mathrm{f} = 0{,}40$ est le coefficient de frottement et $\vec{\mathrm{R}}$ la réaction normale. Déterminer alors la vitesse de la personne en prenant en compte cette force de frottement.

Révisions BCPST1

Exercice n°1 : Skieur sur une pente

Un skieur descend une piste selon la ligne de plus grande pente faisant un angle α avec l'horizontale. L'air exerce une force de frottement supposée de la forme $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$, où λ est un coefficient constant positif et $\vec{v}$ la vitesse du skieur. On note $\vec{T}$ et $\vec{N}$, les composantes tangentielle et normale de la réaction exercée par la neige, et f le coefficient de frottement dynamique tel que : $\|\vec{T}\| = f\|\vec{N}\|$. On choisit comme origine de l'axe (Ox) de la ligne de la plus grande pente la position initiale du skieur, supposée partir à l'instant initial avec une vitesse négligeable. On note (Oy) la normale à la piste dirigée vers le haut.

1. Calculer les normes de $\vec{T}$ et $\vec{N}$.
2. Calculer la vitesse et la position du skieur à chaque instant.
3. Montrer qu'elle atteint une vitesse limite v_{lim}. Réalisez l'application numérique avec $\lambda = 8{,}8\ kg.s^{-1}$, $m = 80\ kg$, $\alpha = 45°$ et $f = 0{,}055$.
4. Exprimer puis calculer la date t_1 à laquelle le skieur à une vitesse égale à $v_{lim}/2$.
5. A la date t_1, le skieur tombe. On néglige la résistance de l'air, et on considère que le coefficient de frottement sur le sol est multiplié par 20. Calculer la distance parcourue par le skieur avant de s'arrêter.

Exercice n°2 : Constante de raideur d'un ressort

Comment déterminer par deux méthodes différentes la constante de raideur d'un ressort ?

Exercice n°3 : Sédimentation d'un globule rouge

On étudie la sédimentation d'un globule rouge dans le plasma sanguin, sous l'effet de la pesanteur. On choisit un axe Oz descendant pour repérer sa position. Le globule rouge est sphérique, de rayon R = 2 µm et de masse volumique $\mu_0 = 1300\ kg.m^{-3}$; la force de frottement qu'il subit, s'écrit : $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$, où α est une constante positive. Le plasma, de masse volumique $\mu = 1055\ kg.m^{-3}$ et de viscosité η = 5 mPℓ, se trouve dans un tube à essais de hauteur H = 5 cm.

1. Déterminer l'équation différentielle du mouvement du globule, satisfaite par sa vitesse v_Z.
2. Montrer qu'il existe une vitesse limite, notée v_∞.
3. On suppose que cette vitesse limite est atteinte très rapidement. Calculer la durée de la sédimentation. Comparer à un temps τ, que l'on définira, caractéristique du phénomène de sédimentation. Conclure.

Exercice n°4 : Flottabilité d'un glaçon

Afin d'analyser l'éventuel impact de la fonte des icebergs sur l'élévation du niveau des océans, on propose d'étudier une situation modèle. On considère l'équilibre d'un glaçon, constitué d'eau pure, dans un récipient contenant de l'eau liquide (voir figure 6).

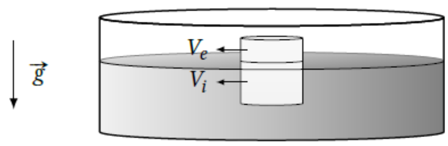


FIGURE 6 – Glaçon flottant dans un récipient rempli d'eau liquide.
Le volume émergé du glaçon est noté V_e, le volume immergé V_i.

14. Donner l'expression de la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ que l'eau liquide exerce sur le glaçon en fonction du volume immergé V_i, de la masse volumique ρ_ℓ de l'eau liquide et de l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$.

15. Rappeler la nature des actions mécaniques à l'origine de la poussée d'Archimède.

16. On fait l'hypothèse que la poussée d'Archimède exercée par l'air est négligeable devant celle exercée par l'eau. Préciser néanmoins le sens de la poussée d'Archimède exercée par l'air sur le glaçon.

17. Exprimer le volume émergé V_e en fonction du volume immergé V_i et des masses volumiques de l'eau liquide ρ_ℓ et de la glace ρ_g.

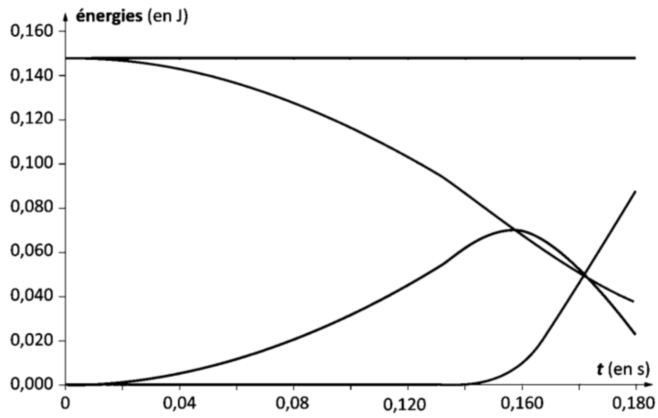
On repère le niveau de l'eau liquide dans le récipient juste après avoir déposé le glaçon et juste après la fonte de celui-ci.

18. Justifier que le niveau d'eau liquide dans le récipient ne varie pas après la fonte du glaçon.

19. Préciser si ce résultat se maintient dans le cas où le glaçon constitué d'eau pure flotte dans de l'eau salée, de masse volumique supérieure à celle de l'eau pure.

20. Conclure quant à l'éventuelle contribution de la fonte des icebergs à l'élévation du niveau des océans.

Exercice n°5 : Saut à l'élastique



Pour illustrer un saut à l'élastique en laboratoire, on envisage le dispositif suivant : un solide de masse m = 65 g est attaché à un ressort, fixé verticalement, de masse négligeable, de longueur au repos ℓ_0 et de constante de raideur k. Le solide est lâché sans vitesse initiale. Il parcourt une partie de sa trajectoire en chute libre avant de subir l'action du ressort. Un logiciel de simulation permet de calculer les positions successives du solide et les valeurs des grandeurs énergétiques concernant le système {solide ; ressort} : l'énergie cinétique E_c, l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp}, l'énergie potentielle élastique E_{pe} emmagasinée par le ressort lorsqu'il s'étire, et l'énergie mécanique E_m. Les courbes correspondantes sont reproduites ci-dessous.

1. Identifier, en justifiant, les courbes correspondant à chacune des énergies E_c, E_{pp}, E_{pe} et E_m. Justifier, en utilisant ces courbes, que les frottements de l'air ont un effet négligeable.

2. A quelle date t_1 se termine la phase de chute libre ? Calculer la hauteur h_0 de chute correspondante en utilisant le graphique.

3. Calculer la vitesse du solide à cette date t_1.

4. On se place à présent au-delà de la date t_1. Etablir l'expression du travail de la force exercée par l'élastique entre la date t_1 et la date t_{max}, date correspondant à l'extension maximale de l'élastique. Montrer à l'aide du théorème de l'énergie cinétique, que la distance h_1 parcourue à partir de cette date t_1 vérifie une équation du second degré. En déduire l'expression littérale de h_1.

5. Déterminer la hauteur totale de chute H.

Exercice 6 : Etude du mouvement d'un enfant sur un toboggan

Un pisciniste envisage de construire un toboggan aqualudique en s'inspirant de la photo ci-contre. Il désire contrôler la sécurité d'une telle installation. Pouvez-vous l'aider sur la première question qu'il se pose :

S'il se laisse glisser avec élan du haut du toboggan, un enfant ne risque-t-il pas d'aller plus loin que le bassin de réception ?

Exercice 7 : Glissement et frottement sur la glace

Un palet de Hockey est fabriqué en caoutchouc avec une masse moyenne de 160 grammes. Sur la glace, le palet peut atteindre des vitesses exceptionnelles du fait de la puissance des joueurs. En Russie, lors des épreuves d'habileté de la Ligue continentale de hockey, le défenseur Aleksandr Riazantsev a établi un nouveau record du monde en janvier 2017 avec une frappe à 183,67 km h^{-1} soit environ 50 m s^{-1}.

Au cours d'une séance d'entraînement à ces épreuves d'habileté, un joueur de hockey propulse le palet, à l'aide de sa crosse, sur un plan recouvert de glace et incliné d'un angle α = 20° par rapport à l'horizontale (figure 1). La position du centre d'inertie du palet est repérée sur un axe (Ox) de même direction que la ligne de plus grande pente et orienté vers le haut. On note (Oy) l'axe perpendiculaire au plan incliné et orienté vers le haut. Les vecteurs $\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{u_y}$ sont des vecteurs unitaires dirigés respectivement selon les axes (Ox) et (Oy). Le centre d'inertie du palet est noté G. A l'instant initial, le palet se trouve à l'origine du repère. L'intensité du champ de pesanteur terrestre g est estimée à 10 m s^{-2}.

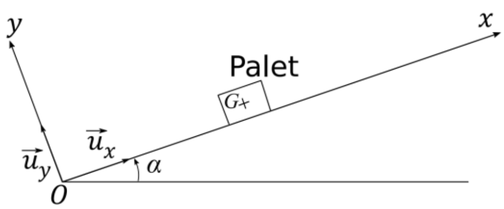


figure 1

Rappel : Modèle du frottement de glissement : Lois de Coulomb

On appelle action de contact l'action mécanique qu'exercent l'un sur l'autre deux solides dont les surfaces sont en contact.

Lorsque les deux solides en contact ne glissent pas l'un sur l'autre, on a :

$$\|\overrightarrow{R_T}\| \leq f_S \|\overrightarrow{R_N}\|$$

où $\overrightarrow{R_T}$ est la composante tangentielle et $\overrightarrow{R_N}$ la composante normale de la réaction exercée par un solide sur l'autre. f_S est le coefficient d'adhérence (également appelé coefficient de frottement statique) qui dépend de la nature et de l'état des surfaces en contact.

Lorsque les deux solides en contact glissent l'un sur l'autre, on a :

$$\|\overrightarrow{R_T}\| = f_D \|\overrightarrow{R_N}\|$$

où f_D est le coefficient de frottement dynamique qui dépend de la nature et de l'état des surfaces en contact avec $f_D < f_S$.

Valeurs usuelles :
f_D(bois sur bois) = 0,40 ; f_D(caoutchouc sur glace) = 0,050 ; f_D(acier sur glace) = 0,020.

Dans une première phase (propulsion du palet par la crosse sur le plan incliné), on considère les ***frottements comme négligeables***. La palette de la crosse est en contact avec le palet.

1. Établir un bilan des forces qui s'exercent sur le palet durant la propulsion et les représenter sur un schéma cohérent sans souci d'échelle.
2. Exprimer l'intensité de la force de propulsion F exercée par le joueur sur le palet en fonction de l'accélération a du palet, de l'angle d'inclinaison α du plan, de la masse m du palet et de l'intensité du champ de pesanteur g.
3. Sachant que la propulsion due au joueur de hockey dure 0,5 seconde et que le mouvement est uniformément accéléré, quelle doit être l'intensité de la force de propulsion pour que le joueur égale le record du monde de vitesse sur ce plan incliné ?

Dans une deuxième phase, le palet n'est plus en contact avec la crosse et est en mouvement de translation rectiligne vers le haut du plan incliné. On considère les ***frottements comme négligeables***. On note v_0 la vitesse initiale au début de cette deuxième phase.

4. Déterminer l'expression de x(t) déplacement du palet selon l'axe (Ox).
5. Montrer que la distance d parcourue par le palet avant de s'arrêter est donnée par la relation : $d = \frac{v_0^2}{2gsin\alpha}$, où v_0 est la vitesse initiale selon l'axe (Ox) au début de la deuxième phase.

On cherche à établir la distance qui a été nécessaire pour que le palet s'arrête lors de l'établissement du record du monde sur une patinoire de surface horizontale. **Il faut tenir compte des frottements**.

6. Exprimer le travail de la composante tangentielle $\overrightarrow{R_T}$ de l'action de la glace sur le palet lors du déplacement du palet.
7. Exprimer la distance d' au bout de laquelle le palet s'arrête. Calculer d' lors de l'établissement du record du monde par Aleksandr Riazantsev.

Le coefficient de frottement statique défini dans le document 1 peut être déterminé expérimentalement de la façon suivante : On pose maintenant un solide sur le support S qui fait un angle θ avec le plan horizontal. Le dispositif est représenté sur la **figure 2**. On fait augmenter, à partir d'une valeur faible, l'angle θ en déplaçant lentement un coin et on mesure pour quelle valeur $\theta = \theta_{lim}$ le solide 1 se met glisser.

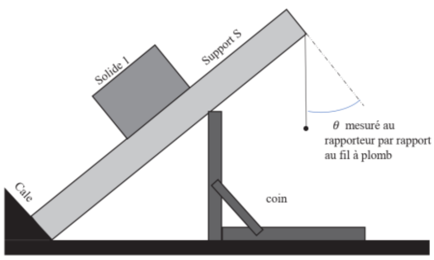


figure 2 : montage expérimental pour déterminer le coefficient de frottement statique

8. Montrer que cette expérience permet de mesurer le coefficient de frottement fs .
9. On réalise plusieurs essais successifs de décrochement et la valeur moyenne de θlim est de l'ordre de 29,5°. En déduire l'ordre de grandeur du coefficient de frottement mesuré.

Exercice 8 : Etude d'un oscillateur (1)

On s'intéresse au dispositif dans lequel un ressort de raideur k, de longueur au repos ℓ_0, et de masse négligeable, est relié par l'une des extrémités au point fixe I(0,a) et l'autre extrémité à un anneau, assimilé à un point matériel M de masse m, coulissant sans frottement sur un axe Ox horizontal (voir Figure 1 ci-dessous).

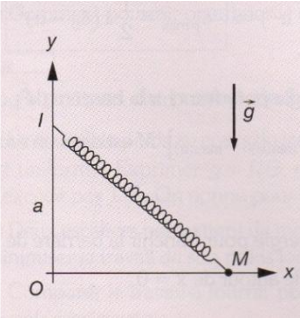


Fig.1

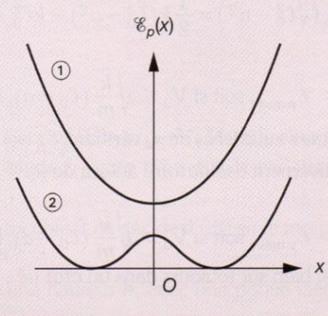


Fig.2

1. Que dire de l'énergie mécanique du point matériel M au cours de son déplacement ?

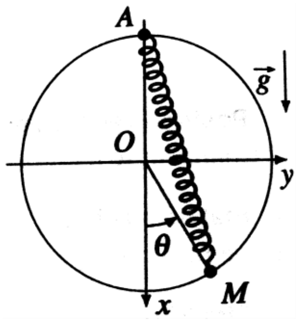
2. Rappeler l'expression de l'énergie potentielle élastique. Montrer alors que l'énergie potentielle du système s'écrit :
$E_p = \frac{1}{2}kx^2 - k\ell_0(a^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} + cste$

3. Déterminer la ou les positions d'équilibre du point matériel M. Montrer que le comportement du système est différent pour $a < \ell_0$ et pour $a > \ell_0$.

4. Identifier alors les profils d'énergie potentielle sur la Figure 2 ci-dessus, aux cas décrits à la question précédente. Caractériser la nature stable ou instable des positions d'équilibre identifiées.

Exercice 9 : Etude d'un oscillateur (2)

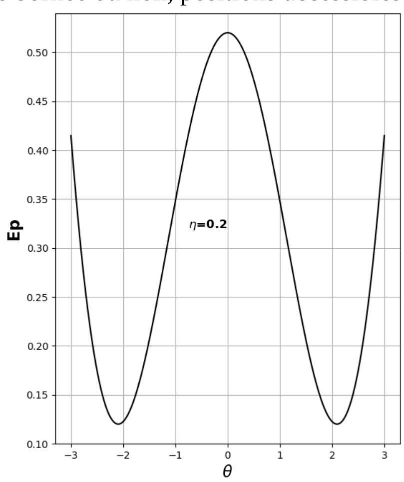
On considère la situation dans laquelle une particule de masse m peut se déplacer sur un cercle de centre O et de rayon a. Elle est reliée au point A le plus haut du cercle par un ressort idéal de constante de raideur k de longueur à vide ℓ_0. On note $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$.

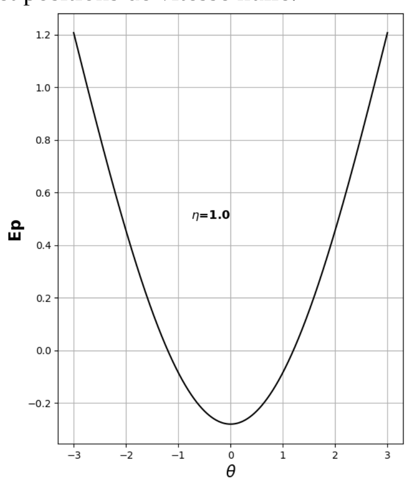


1. Faire un bilan des forces s'exerçant sur la particule en indiquant si ces forces travaillent et si elles sont conservatives.

2. On indique que $AM = 2a\cos\left(\frac{\ell}{2}\right)$
   a. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur en fonction des données du problème.
   b. Exprimer l'énergie potentielle élastique en fonction des données du problème.
   c. En déduire que l'expression de l'énergie potentielle totale E_p du point M.

3. Selon les valeurs de $\eta = \frac{mg}{ka}$, différentes courbes d'énergie potentielle (données en J) sont obtenues (voir ci-dessous).
   a. Discuter des positions d'équilibre et de leur stabilité dans les différents cas.
   b. On s'intéresse au cas $\eta = 1{,}0$. L'énergie mécanique du système vaut 0,6 J. Indiquer qualitativement le comportement du système : trajectoire bornée ou non, positions accessibles et positions de vitesse nulle.





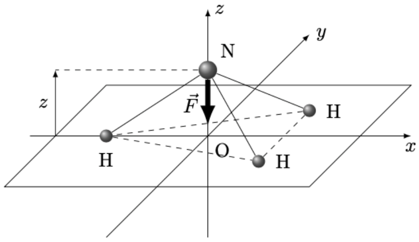
Exercice 10 : Inversion de la molécule d'ammoniac

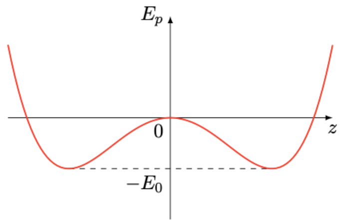
Dans un modèle simplifié de la molécule d'ammoniac NH_3, les trois atomes d'hydrogène H forment la base d'une pyramide dont l'azote N de masse m = 2,33 × 10^{-26} kg occupe le sommet. Les trois atomes d'hydrogène sont fixes dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen (O,$\overrightarrow{u_x}$, $\overrightarrow{u_y}$, $\overrightarrow{u_z}$) et définissent le plan (Oxy). L'atome d'azote est en mouvement suivant l'axe (O, $\overrightarrow{u_z}$) perpendiculaire au plan des atomes d'hydrogène. Il peut passer de part et d'autre de ce plan et sa cote est notée z. Le champ de pesanteur est négligeable pour décrire cette structure atomique et les forces électromagnétiques qui s'exercent sur l'atome d'azote N supposé ponctuel dérivent de l'énergie potentielle :

$$E_p(z) = \beta\left(\frac{z^4}{4} - \frac{a^2 z^2}{2}\right)$$

a = 38,7 pm et β = 4,47x10^{-7} eV pm^{-4}

On a tracé ci-dessous l'allure de $E_p(z)$, on note $-E_0$ la valeur minimale de $E_p(z)$:





1. Établir l'expression générale de la force $F(z)$ qui dérive de l'énergie potentielle E_p.

2. Déterminer les positions d'équilibre de l'atome d'azote et étudier leur stabilité par le calcul. Commenter vos résultats avec le graphe de $E_p(z)$ en positionnant les différentes positions d'équilibre trouvées.

On s'intéresse à une situation où l'atome d'azote est initialement au repos en z = a. On fournit alors de l'énergie à cet atome, de telle sorte que son énergie mécanique E_m soit telle que $E_m \in]-E_0\,;0[$.

3. Montrer graphiquement que l'atome d'azote oscille alors entre deux valeurs limites z_1 et z_2 qu'on ne cherchera pas à déterminer.
4. Que dire si l'énergie mécanique