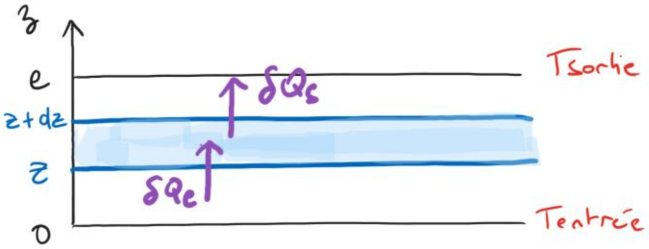
TD Physique n°4 : Phénomènes de transport – Conduction thermique - Correction

* **Exercice 1 : La température du mouton**

1. **Système** : tranche d'épaisseur comprise entre z et z+dz, étudiée entre t et t+dt



Bilan d'énergie : transformation monobare (P_{ext} = cste) $\Longrightarrow dH = \delta Q = \delta Q_e - \delta Q_s$

En régime stationnaire : $dH = 0 \Longrightarrow \delta Q_e - \delta Q_s = 0 \Longrightarrow \delta Q_e = \delta Q_s$

$\delta Q_e = \Phi_{th}(z)dt$ et $\delta Q_s = \Phi_{th}(z+dz)dt$ $\Longrightarrow \Phi_{th}(z)dt = \Phi_{th}(z+dz)dt \Longrightarrow \Phi_{th}(z) = \Phi_{th}(z+dz)$

$\Longrightarrow \Phi_{th} = cst$: le flux se conserve

Loi de Fourier : $\Phi_{th} = -\lambda \frac{dT}{dx} S$

$$\Longrightarrow dT = -\frac{\Phi_{th}}{\lambda S} dz \Longrightarrow \int_{T_{entrée}}^{T_{sortie}} dT = -\frac{\Phi_{th}}{\lambda S}\int_0^e dx \Longrightarrow (T_{sortie} - T_{entrée}) = -\frac{\Phi_{th}}{\lambda S} \times e$$

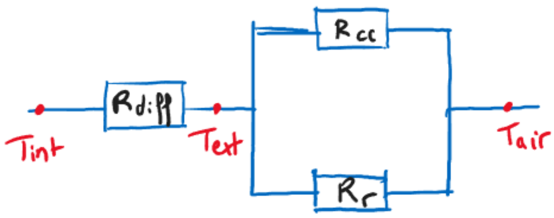
$$\boldsymbol{R_{th}} = \frac{T_{amont} - T_{aval}}{\Phi_{th}} = \frac{T_{entrée} - T_{sortie}}{\Phi_{th}} = \frac{\mathrm{e}}{\lambda S} = \boldsymbol{\frac{e}{\lambda HL}}$$

2. Les 6 faces sont en // : $\frac{1}{R_{diff}} = \frac{4}{R_{dos}} + \frac{2}{R_{avant}} \Longrightarrow R_{diff} = \frac{1}{\frac{4}{R_{dos}} + \frac{2}{R_{avant}}}$

avec $R_{dos} = \frac{\mathrm{e}}{\lambda_{laine} HL}$ $(S = HL)$ et $R_{avant} = \frac{\mathrm{e}}{\lambda_{laine} H^2}$ $(S = H^2)$

AN : $\boldsymbol{R_{diffm}} = 0{,}9\ \boldsymbol{K \cdot W^{-1}}$ $\boldsymbol{R_{diffM}} = 1{,}8\ \boldsymbol{K \cdot W^{-1}}$

3. **Schéma électrique équivalent** :

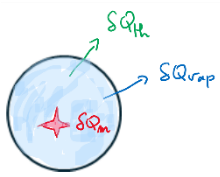


La résistance équivalente s'écrit alors : $R_{eq} = \frac{T_{int} - T_{air}}{\Phi_{th}} = R_{diff} + \frac{R_{cc}R_r}{R_{cc} + R_r}$ avec $\Phi_{th} = \Phi_{diff}$

AN : $\boldsymbol{R_1} = 1{,}9\ \boldsymbol{K \cdot W^{-1}}$ $\boldsymbol{R_2} = 0{,}17\ \boldsymbol{K \cdot W^{-1}}$

4. **Système** : brebis

Transformation monobare $\Longrightarrow dH = \delta Q = \delta Q_{reçu} - \delta Q_{perdu} = \delta Q_m - (\delta Q_{th} + \delta Q_{vap})$



Attention : ici tous les transferts thermiques sont comptés positivement

Régime stationnaire : $dH = 0 \Longrightarrow \delta Q_m = \delta Q_{th} + \delta Q_{vap}$

$\Longrightarrow p_{m0} = \Phi_{th} + \Phi_{vap} \Longrightarrow p_{m0} = \frac{T_{int} - T_{air}}{R_1} + m \times \Delta H^0_{vap}$ $AN :\ p_{m0} = 18\ W$

5. $p'_{m0} = \frac{T_{int}-T_{air}}{R_2} + m' \times \Delta H^0_{vap}$ $AN : p'_{m0} = 200\ W$
6. **Système** : brebis

1er principe : $dU = \delta W + \delta Q = \delta Q$ car $\delta W = 0$ (système incompressible et indilatable)

Remarque : on pourrait aussi écrire $dH = \delta Q$ car la transformation est monobare

Avec : $\delta Q = \delta Q_{th} + \delta Q_{vap} + \delta Q_m = -\frac{T-T_{air}}{R_1}dt - m \times \Delta H^0_{vap}dt + p_m dt$

Attention ici : $\boldsymbol{\delta Q_{thermique}} < 0$, $\boldsymbol{\delta Q_{vap}} < 0$ (cédées par la brebis) et $\boldsymbol{\delta Q_m} > 0$ (reçue par la brebis)

Et : $dU = dH = mcdT = \mu H^2 LcdT$

Bilan : $\mu H^2 LcdT = -\frac{T-T_{air}}{R_1}dt - m \times \Delta H^0_{vap}dt + p_m dt \Rightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{T-T_{air}}{\mu H^2 LcR_1} = \frac{-m\times\Delta H^0_{vap}+p_m}{\mu H^2 Lc}$

D'après Q4, $m \times \Delta H^0_{vap} = p_{m0} - \frac{T_{int}-T_{air}}{R_1} = p_{m0} - \frac{\Theta_{eq}-T_{air}}{R_1}$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{T - T_{air}}{\mu H^2 LcR_1} = \frac{-p_{m0} + \frac{\Theta_{eq} - T_{air}}{R_1} + p_m}{\mu H^2 Lc} = \frac{\Theta_{eq} + R_1 \times (p_m - p_{m0}) - T_{air}}{\mu H^2 LcR_1}$$

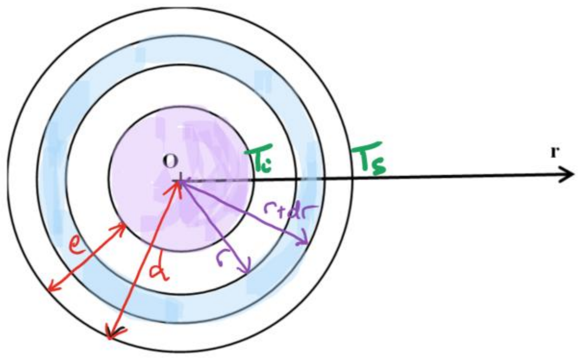
On obtient bien l'équation demandée avec : $T_1 = \Theta_{eq} + R_1 \times (p_m - p_{m0})$ et $\tau_1 = \mu H^2 LcR_1$

7. AN : $\tau_1 = 7{,}2 \times 10^5 s = 8{,}3\ j$ $T_1 = \Theta_{eq} = 41°C$

* **Exercice 2 : Mise en chambre d'un vin en bouteille**

1. $\Phi < 0$

2. **Système :** coquille cylindrique comprise entre deux cylindres de rayons r et $r + dr$ où $d - e \le r \le d$, étudiée entre les instants t et $t + dt$



En régime stationnaire et en l'absence de sources internes ou de pertes thermiques autres que par conduction thermique, le flux conductif se conserve : $\boldsymbol{\Phi_{cond} = cst}$

Loi de Fourier : $\Phi_{cond} = -\lambda S \frac{dT}{dr} = -\lambda \times 2\pi r H \times \frac{dT}{dr}$

Φ_{th} étant constant (en notant T_i est la température à l'intérieur de la bouteille)

$\Rightarrow R_{cond} = \frac{T_{amont}-T_{aval}}{\Phi_{cond}} = \frac{T_i - T_S}{\Phi_{cond}} \Rightarrow R_{cond} = \frac{1}{2\pi\lambda H} \times ln\left(\frac{d}{d-2e}\right)$ (>0)

$\Rightarrow R_{cond} = 7{,}7 \times 10^{-2}\ K \cdot W^{-1}$

3. $\Phi_{conv} = \frac{T_{amont}-T_{aval}}{R_{conv}} \Rightarrow hS(T_S - T_A) = \frac{T_S - T_A}{R_{conv}} \Rightarrow R_{conv} = \frac{1}{hS} = \frac{1}{h\times\pi\times d\times H}$ (>0)

h s'exprime en $W \cdot K^{-1} \cdot m^{-2}$

AN : $R_{conv} = 2{,}0 \times 10^{-2}\ K \cdot W^{-1}$

4. Les résistances conductives et convectives étant en série : $R_{th} = R_{cond} + R_{conv} = 9{,}7 \times 10^{-2}\ K \cdot W^{-1}$

5. **Système** : vin dans la bouteille, étudié entre les instants t et $t + dt$

Bilan d'énergie (monobare : $\boldsymbol{P_{ext} = cste}$) : $dH = \delta Q = -\Phi dt$ avec $\Phi = \Phi_{cond} = \Phi_{conv}$ (série donc même flux)

avec : $\Phi = \frac{T - T_A}{R_{th}}$ où T est la température du système et $dH = CdT = mcdT$

$$\Longrightarrow mcdT = -\frac{T - T_A}{R_{th}} dt \Longrightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{1}{mcR_{th}} T = \frac{1}{mcR_{th}} T_A$$

6. Solution générale de l'équation différentielle : $T(t) = k \times e^{-\frac{t}{\tau}} + T_A$ avec : $\tau = mcR_{th}$
Condition initiale : $T(t = 0) = k + T_A = T_0 \Longrightarrow k = T_0 - T_A$
Bilan : $T(t) = (T_0 - T_A) \times e^{-\frac{t}{\tau}} + T_A$

$$T(t = t_D) = T_D = (T_0 - T_A) \times e^{-\frac{t_D}{\tau}} + T_A \Rightarrow e^{-\frac{t_D}{\tau}} = \frac{T_D - T_A}{T_0 - T_A}$$

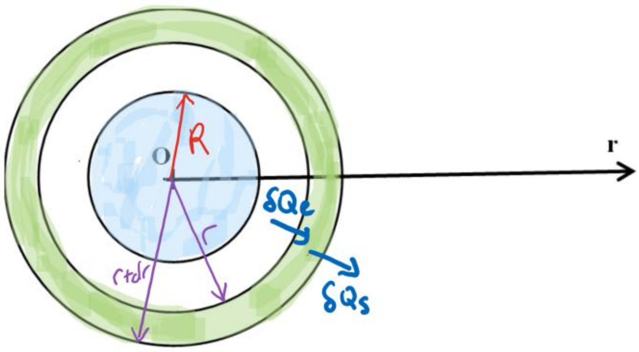
$$\Rightarrow t_D = -\tau \times ln\left(\frac{T_D - T_A}{T_0 - T_A}\right) = -\tau \times ln\left(\frac{T_D - T_A}{T_0 - T_A}\right) = mcR_{th} \times ln\left(\frac{T_D - T_A}{T_0 - T_A}\right)$$

$$= \rho \times \pi \times \left(\frac{d}{2} - e\right)^2 \times H \times R_{th} \times ln\left(\frac{T_D - T_A}{T_0 - T_A}\right)$$

$AN : t_D = 334\ s$

*

Exercice 3 : Température cutanée d'un mammifère



1. $\phi = \varphi_0 \times \frac{4}{3}\pi R^3$

2. **Système d'étude :** Système d'étude : coquille sphérique comprise entre r et $r + dr$, entre les instants t et $t + dt$

   Quantité de chaleur algébrique entrante en r par conduction thermique : $\delta Q_e = \Phi(r)dt$

   Quantité de chaleur algébrique sortante en r+dr par conduction thermique : $\delta Q_s = \Phi(r + dr)dt$

   Bilan d'énergie en régime stationnaire : $P_{ext} = cst \Longrightarrow dH = \delta Q = \delta Q_e - \delta Q_s$

   En régime stationnaire : $dH = 0 \Rightarrow \delta Q_e = \delta Q_s \Rightarrow \Phi(r) = \Phi(r + dr) \Longrightarrow \boldsymbol{\Phi = cste}$ **: le flux se conserve**

3. **Loi de Fourier :** $\phi = -\lambda S \frac{dT}{dr} = -\lambda 4\pi r^2 \frac{dT}{dr}$

   Equation différentielle en *T* : $\phi = cste = \varphi_0 \times \frac{4}{3}\pi R^3 = -\lambda 4\pi r^2 \frac{dT}{dr} \Longrightarrow r^2 \frac{dT}{dr} = -\varphi_0 \times \frac{1}{3\lambda} R^3$

4. $r^2 \frac{dT}{dr} = -\varphi_0 \times \frac{1}{3\lambda} R^3 \Longrightarrow \int_{T(r)}^{T_0} dT = -\frac{\varphi_0 R^3}{3\lambda} \int_r^{+\infty} \frac{dr}{r^2}$
   $\Longrightarrow T_0 - T(r) = -\frac{\varphi_0 R^3}{3\lambda} \times \left[-\frac{1}{r}\right]_r^{+\infty} = -\frac{\varphi_0 R^3}{3\lambda} \times \frac{1}{r} \Longrightarrow \boldsymbol{T(r) = T_0 + \frac{\varphi_0 R^3}{3\lambda} \times \frac{1}{r}}$

5. $T(r = R) = T_C \Longrightarrow \boldsymbol{T_C = T_0 + \frac{\varphi_0 R^2}{3\lambda}}$

6. $T_C = T_0 + \frac{\varphi_0 R^2}{3\lambda} \Longrightarrow \boldsymbol{\varphi_0 = \frac{3\lambda \times (T_C - T_0)}{R^2}}$

   AN : $\varphi_{0,eau} = 2{,}4 \times 10^5\ W.m^{-3}$ $\varphi_{0,air} = 2{,}4 \times 10^3\ W.m^{-3}$

**

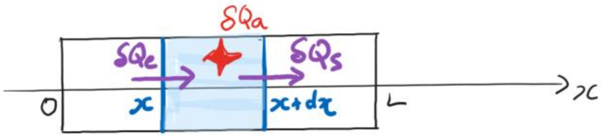
Exercice 4 : Etude d'un fusible en régime permanent

1. Erreur énoncé : la résistance électrique s'écrit : $R = \frac{L}{\sigma S}$

a. La puissance électrique reçue par le fil est : $P = \mathrm{R} \times \boldsymbol{I}^2 = \frac{L}{\sigma S}\boldsymbol{I}^2$

b. La puissance électrique reçue par une tranche d'épaisseur dx du fil électrique : $\boldsymbol{P_{dx}} = \boldsymbol{R_{dx}} \times \boldsymbol{I}^2 = \frac{\boldsymbol{dx}}{\boldsymbol{\sigma S}}\boldsymbol{I}^2$

2. **a.** Système d'étude : tranche d'épaisseur dx, comprise entre x et $x + dx$, entre les instants t et $t + dt$



Bilan d'énergie sur une tranche d'épaisseur dx : $P_{ext} = cst \Longrightarrow dH = \delta Q = \delta Q_e + \delta Q_a - \delta Q_s$

En régime stationnaire : $dH = 0 \Rightarrow \delta Q_e + \delta Q_a = \delta Q_s \Longrightarrow \delta Q_e + \delta Q_a = \delta Q_s$

où : δQ_e : quantité de chaleur entrante (algébrique) par conduction thermique
δQ_s : quantité de chaleur sortante (algébrique) par conduction thermique
δQ_a : quantité de chaleur apportée par effet joule

$$\Rightarrow \Phi_{th,e}dt + \frac{dx}{\sigma S}I^2dt = \Phi_{th,s}dt \Longrightarrow \Phi_{th}(x)dt + \frac{dx}{\sigma S}I^2dt = \Phi_{th}(x+dx)dt \Longrightarrow \Phi_{th}(x) + \frac{dx}{\sigma S}I^2 = \Phi_{th}(x+dx$$

$$\Rightarrow \Phi_{th}(x+dx) - \Phi_{th}(x) = \frac{dx}{\sigma S}I^2 \Longrightarrow \frac{d\Phi_{th}}{dx}dx = \frac{dx}{\sigma S}I^2 \Longrightarrow \frac{d\Phi_{th}}{dx} = \frac{I^2}{\sigma S}$$

Loi de Fourier : $\Phi_{th} = -\lambda\frac{dT}{dx}S \Longrightarrow \frac{d\Phi_{th}}{dx} = -\lambda S\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{I^2}{\sigma S}$

L'équation différentielle s'écrit donc : $\frac{\boldsymbol{d^2T}}{\boldsymbol{dx^2}} = -\frac{\boldsymbol{I^2}}{\boldsymbol{\lambda\sigma S^2}}$

b. $\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{I^2}{\lambda\sigma S^2} \Longrightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{I^2}{\lambda\sigma S^2}x + a \Longrightarrow T = -\frac{I^2}{2\lambda\sigma S^2}x^2 + ax + b$

Conditions aux limites : $T(x=0) = T_0 \Longrightarrow b = T_0$

$$T(x=L) = T_0 \Longrightarrow -\frac{I^2}{2\lambda\sigma S^2}L^2 + aL + T_0 = T_0 \Longrightarrow -\frac{I^2}{2\lambda\sigma S^2}L^2 + aL = 0 \Longrightarrow a = \frac{I^2}{2\lambda\sigma S^2}L$$

Bilan : $\boldsymbol{T} = -\frac{\boldsymbol{I^2}}{\boldsymbol{2\lambda\sigma S^2}}\boldsymbol{x^2} + \frac{\boldsymbol{I^2}}{\boldsymbol{2\lambda\sigma S^2}}\boldsymbol{Lx} + \boldsymbol{T}_0$

c. L'intensité maximale du fusible est atteinte lorsque la température maximale T_{max} est égale à la température de fusion du plomb.

Recherche de la température maximale T_{max} du fil :

$$\frac{dT}{dx} = 0 \Longrightarrow -\frac{I^2}{\lambda\sigma S^2}x + \frac{I^2}{2\lambda\sigma S^2}L = 0 \Longrightarrow x = \frac{L}{2}$$

$$\boldsymbol{T_{max}} = T\left(x = \frac{L}{2}\right) = -\frac{I^2}{2\lambda\sigma S^2}\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{I^2}{2\lambda\sigma S^2}L\left(\frac{L}{2}\right) + T_0 = \frac{\boldsymbol{I^2L^2}}{\boldsymbol{8\lambda\sigma S^2}} + \boldsymbol{T}_0$$

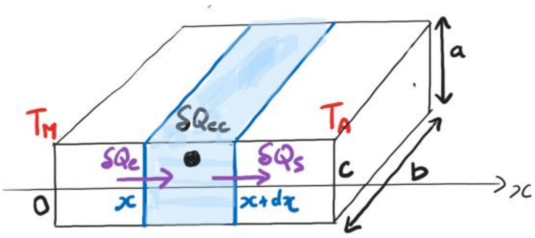
$$T_{max} = T_{fus} \Longrightarrow \frac{I^2L^2}{8\lambda\sigma S^2} + T_0 = T_{fus} \Longrightarrow \frac{I^2L^2}{8\lambda\sigma S^2} = T_{fus} - T_0 \Longrightarrow S^2 = \frac{I^2L^2}{8\lambda\sigma \times (T_{fus} - T_0)} \Longrightarrow S = \left(\frac{I^2L^2}{8\lambda\sigma \times (T_{fus} - T_0)}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Or : $S = \pi a^2$

Donc : $\pi a^2 = \frac{IL}{\sqrt{8\lambda\sigma \times (T_{fus} - T_0)}} \Longrightarrow \boldsymbol{a} = \frac{(\boldsymbol{IL})^{\frac{1}{2}}}{\boldsymbol{\pi}^{\frac{1}{2}}(8\boldsymbol{\lambda\sigma} \times (\boldsymbol{T_{fus}} - \boldsymbol{T}_0))^{\frac{1}{4}}}$ AN : $\boldsymbol{a} = 9{,}2 \times 10^{-4}\boldsymbol{m} = 0{,}92\ \boldsymbol{m}$

*** **Exercice 5 : Etude d'une ailette de refroidissement**

1. **a.** Système d'étude : tranche d'épaisseur dx, comprise entre x et $x + dx$, entre les instants t et $t + dt$



Bilan d'énergie en régime stationnaire sur une tranche d'épaisseur dx : $P_{ext} = cst \Longrightarrow dH = \delta Q = \delta Q_e - \delta Q_s - \delta Q_{cc}$

En régime stationnaire : $dH = 0 \Rightarrow \delta Q_e = \delta Q_s + \delta Q_{cc} \Longrightarrow \delta Q_e = \delta Q_s + \delta Q_{cc}$

où : δQ_e : quantité de chaleur entrante (algébrique) par conduction thermique
δQ_s : quantité de chaleur sortante (algébrique) par conduction thermique
δQ_{cc} : quantité de chaleur perdue par transfert conducto-convectif

$\delta Q_e = \Phi_{th}(x)dt$ $\qquad$ $\delta Q_s = \Phi_{th}(x + dx)dt$

$\delta Q_{cc} = hS \times (T - T_A)dt > 0$ $\qquad$ avec $S = 2(a + b)dx \approx 2bdx \Longrightarrow \delta Q_{cc} = 2hbdx \times (T - T_A)dt$

<u>Remarque :</u> il faut compter l'échange conducto-convectif sur toutes les faces du système en contact avec l'air, soit au totale une surface $S = 2(a + b)dx$

$$\Longrightarrow \Phi_{th}(x)dt = \Phi_{th}(x + dx)dt + 2hbdx \times (T - T_A)dt \Longrightarrow \Phi_{th}(x + dx) - \Phi_{th}(x) = -\,2hbdx \times (T - T_A) \Rightarrow \frac{d\Phi_{th}}{dx}dx$$
$$= -2hbdx \times (T - T_A) \Rightarrow \boldsymbol{\frac{d\Phi_{th}}{dx} = -2hb \times (T - T_A)}$$

Loi de Fourier : $\Phi_{th} = -\lambda \frac{dT}{dx} S' \Longrightarrow \frac{d\Phi_{th}}{dx} = -\lambda S' \frac{d^2T}{dx^2} = -\lambda ab \frac{d^2T}{dx^2}$

<u>Remarque :</u> le flux thermique conductif, dirigé suivant l'axe (Ox) s'échange sur la surface $S' = ab$

L'équation différentielle s'écrit donc : $-\lambda ab \frac{d^2T}{dx^2} = -2hb \times (T - T_A) \Longrightarrow \boldsymbol{\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{2h}{\lambda a} \times (T - T_A)} = 0$

$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{1}{L^2} \times (T - T_A) = 0$ $\qquad$ avec $L = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}}$

b. $\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{1}{L^2} \times (T - T_A) = 0 \Longrightarrow \frac{d^2T}{dx^2} - \frac{T}{L^2} = -\frac{T_A}{L^2}$

Solution de l'équation différentielle : $T(x) = Ae^{-\frac{x}{L}} + Be^{+\frac{x}{L}} + T_A$

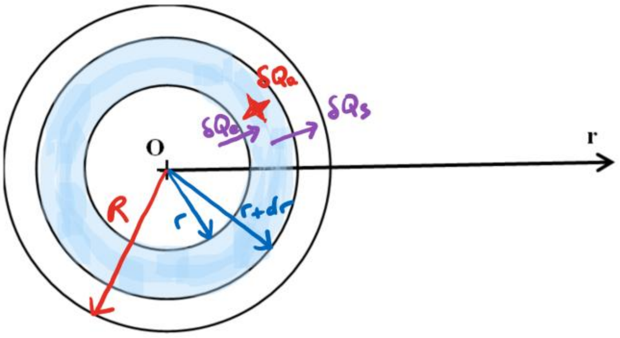
avec (AN) : $L = 1{,}1 \times 10^{-4} m = 0{,}11\, mm$ $\qquad$ or x peut être égale à $c = 20cm \gg a$, donc le terme en $e^{+\frac{x}{L}}$ ne peut exister, il tendrait vers des valeurs invraisemblables de température. Par conséquent, nécessairement $B = 0$.
D'où : $T(x) = Ae^{-\frac{x}{L}} + T_A$

Condition aux limites : $T(x = 0) = T_M \Longrightarrow T_M = A + T_A \Longrightarrow A = T_M - T_A$

Au final : $T(x) = (T_M - T_A)e^{-\frac{x}{L}} + T_A$

** **Exercice 6 : Réacteur nucléaire**

1. **Schéma (vue de dessus) :**



- **Système d'étude :** coquille cylindrique comprise entre deux cylindres de rayons r et r + dr (r<R), de hauteur L, entre les instants t et t + dt

- **Quantité de chaleur algébrique entrante en r par conduction thermique** : $\delta Q_e = \Phi_{th}(r)dt$

  Quantité de chaleur algébrique sortante en r+de par conduction thermique : $\delta Q_s = \Phi_{th}(r+dr)dt$

  Quantité de chaleur apportée par la réaction nucléaire : $\delta Q_a = \varphi dVdt = \varphi 2\pi rLdrdt$

- **Bilan d'énergie en régime stationnaire :**

  $P_{ext} = cst \Longrightarrow dH = \delta Q = \delta Q_e + \delta Q_a - \delta Q_s$

  En régime stationnaire : $dH = 0 \Rightarrow \delta Q_e + \delta Q_a = \delta Q_s$

- **Equation différentielle en $\boldsymbol{\Phi_{th}}$:**
  $\Longrightarrow \Phi_{th}(r) + \varphi dV = \Phi_{th}(r+dr) \Longrightarrow \Phi_{th}(r) + \varphi 2\pi rLdr = \Phi_{th}(r+dr)$
  $\Longrightarrow \varphi 2\pi rLdr = \Phi_{th}(r+dr) - \Phi_{th}(r) \Longrightarrow \varphi 2\pi rLdr = d\Phi_{th} \Longrightarrow \boldsymbol{\frac{d\Phi_{th}}{dr} = \varphi 2\pi rL}$ (1)

- **Loi de Fourier :** $\Phi_{th} = -\lambda 2\pi rL\frac{dT}{dr}$

- **Equation différentielle en *T* :**

  L'équation (1) devient alors : $\frac{d\Phi_{th}}{dr} = \varphi 2\pi rL \Longrightarrow \frac{d\left(-\lambda 2\pi rL\frac{dT}{dr}\right)}{dr} = \varphi 2\pi rL \Longrightarrow -\lambda 2\pi L\frac{d\left(r\frac{dT}{dr}\right)}{dr} = \varphi 2\pi rL \Longrightarrow \frac{d\left(r\frac{dT}{dr}\right)}{dr} = -\frac{\varphi r}{\lambda}$

  En primitivant : $r\frac{dT}{dr} = -\frac{\varphi r^2}{2\lambda} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{dT}{dr} = -\frac{\varphi}{2\lambda}r}$

2. On a : $T(R) = T_e$

   En séparant les variables et en intégrant en r quelconque et R, on trouve :
   $$T(r) - T_e = -\frac{\varphi}{4\lambda}(r^2 - R^2) \Rightarrow \boldsymbol{T(r) = T_e - \frac{\varphi}{4\lambda}(r^2 - R^2)}$$

3. **Pour $\boldsymbol{T = T_{max}}$,** $\frac{dT}{dr} = -\frac{\varphi}{2\lambda}r = 0 \Longrightarrow r = 0$

   On obtient :$\boldsymbol{T_{max} = T(r=0) = T_e + \frac{\varphi}{4\lambda}R^2}$

4. **Pour $\boldsymbol{R = R_{lim}}$:** $T_{max} = T_f \Rightarrow T_f = T_e + \frac{\varphi}{4\lambda}R_{lim}^2 \Longrightarrow \boldsymbol{R_{lim} = \sqrt{\frac{4\lambda}{\varphi}(T_f - T_e)}}$

   L'A.N. donne : $\boldsymbol{R_{lim}} = 1{,}2\ \boldsymbol{cm}$. La valeur de 1,0 cm est bien choisie car la fusion du crayon n'intervient pas.