

DS3

3h

Consignes à lire avant de composer :

- Chaque problème est à rédiger sur une copie à part.
- Les quatre problèmes sont indépendants.
- L'usage de la calculatrice est autorisé.
- Le soin, la rigueur et la concision des réponses seront valorisés.
- L'épreuve dure 3h.

Problème 1 - thermochimie

Problème 2 – chimie organique

Problème 3 – diffusion thermique

Problème 4 – mécanique

Problème 1 – Éclairage en spéléologie

Données :

- **Zéro absolu** : $T = 0 \text{ K}$, $T = -273,15 \text{ °C}$
- **Constante des gaz parfaits** : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- **Composition approximative de l'air atmosphérique** : 80 % diazote, 20 % dioxygène
- **Energie de liaison à 298 K** :

$$\Delta_{diss}H^\circ(C \equiv C) = 816,2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Delta_{diss}H^\circ(H - H) = 435 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Delta_{diss}H^\circ(C - H) = 413 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

- **Enthalpie standard de sublimation du carbone** :

$$\Delta_{sub}H^\circ(C) = 717 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

- **Masses molaires, masses volumiques et données thermodynamiques à 298 K** :

Espèces	Ca(OH) ₂ (s)	CaC ₂ (s)	C ₂ H ₂ (g)	H ₂ O(l)	H ₂ O(g)	CO ₂ (g)	O ₂ (g)	N ₂ (g)
M (g·mol ⁻¹)	74,1	64,1	26,0	18,0	18,0	44,0	32,0	28,0
ρ (kg·L ⁻¹)	2,21	2,22		1,0				
Δ _f H° (kJ·mol ⁻¹)	986,8	-62,8		-285,9	-241,8	-393,5	0	0
S° _m (J·K ⁻¹ ·mol ⁻¹)	83,4	70,3	200,9	69,9	188,8	213,7	205,1	191,6
C° _{p,m} (J·K ⁻¹ ·mol ⁻¹)	87,5	62,3	44,0	75,2	36,2	37,1	29,4	28,7

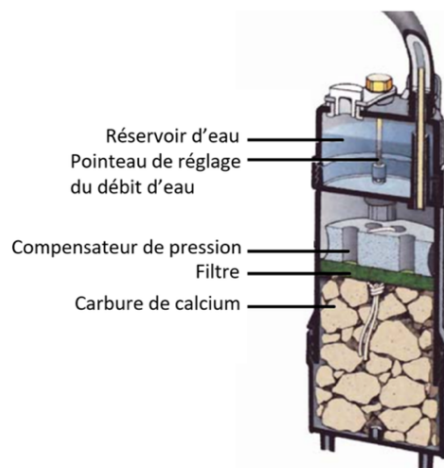
avec Δ_fH° enthalpie standard de formation, S°_m entropie molaire standard, C°_{p,m} capacité thermique molaire standard à pression constante.

La spéléologie est une activité visant à repérer, explorer et cartographier des cavités souterraines. Pour progresser dans ces cavités où ne perce aucune lumière, le spéléologue doit nécessairement s'équiper d'un système d'éclairage. La lampe à acétylène a longtemps été utilisée et reste très appréciée actuellement pour l'intensité, le confort et la qualité de son éclairage mais elle se trouve progressivement remplacée par les lampes à LED alimentées par des piles.

La lampe à acétylène utilisée par les spéléologues est constituée d'un générateur d'acétylène (appelé également calebonde ou calebombe) relié par un tuyau à un bec d'allumage fixé sur le casque (figure 7a). Le générateur alimenté en carbure de calcium (CaC₂) et en eau permet de produire in situ l'acétylène (ou éthyne, C₂H₂) gazeux (figure 7b). Le gaz se dirige ensuite vers le bec où un système d'allumage permet de réaliser la combustion de l'acétylène dans l'air conduisant à l'apparition d'une flamme de très forte intensité.



a) Casque muni d'un éclairage mixte : LED/halogène et lampe à acétylène⁶.



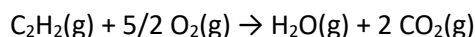
b) Schéma légendé d'un générateur d'acétylène (calebonde)⁷.

FIGURE 7 – Description des composants de la lampe à acétylène.

Partie 1 : principe de fonctionnement de la lampe à acétylène

1. Écrire l'équation de formation de l'acétylène gazeux $C_2H_2(g)$ à partir des corps simples pris dans leur état standard de référence. A l'aide des énergies de liaison, en déduire l'enthalpie standard de formation de l'acétylène gazeux $C_2H_2(g)$. Par suite, on prendra $\Delta_f H^\circ_{C_2H_2(g)} = 226,8 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

L'éclairage provient de la flamme issue de la combustion de l'acétylène modélisée par l'équation de réaction suivante :



2. Exprimer puis calculer l'enthalpie standard de réaction associée à la combustion de l'acétylène à partir des données à 298 K. Commenter.
3. Exprimer puis calculer l'entropie standard de réaction associée à partir des données à 298 K. Commenter.

Considérons la combustion totale monobare et adiabatique de l'acétylène en présence d'un excès de dioxygène à $T_0 = 298 \text{ K}$ sous la pression standard P° .

4. Exprimer puis calculer la température finale atteinte par le système contenant initialement 5 mol de dioxygène pour 1 mol d'acétylène.

Un article de spéléologie indique que la température de la flamme est de l'ordre de $3000 \text{ }^\circ\text{C}$ dans le dioxygène.

5. Comparer la valeur calculée à la question précédente à celle indiquée ci-dessus. Proposer une origine à l'écart observé entre la valeur calculée et l'ordre de grandeur évoqué.

6, 7 www.speleologie.free.fr

L'article mentionne également que la température de la flamme est de l'ordre de 2000°C dans l'air.

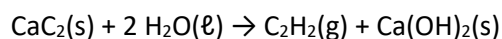
6. Justifier par un calcul la différence de température de la flamme lorsque la combustion de l'acétylène se produit dans l'air ou dans le dioxygène, en supposant que le rapport entre les quantités de matière de dioxygène et d'acétylène est maintenu égal à 5.

Partie 2 : utilisation de la lampe à acétylène

Cette partie s'intéresse à l'utilisation d'une lampe à acétylène dont les caractéristiques sont décrites ci-après (voir figure 7) :

- Le carbure de calcium de qualité technique utilisé contient environ 80 % en masse de carbure de calcium $\text{CaC}_2(\text{s})$ avec comme impureté principale l'oxyde de calcium $\text{CaO}(\text{s})$, communément appelé « chaux vive ».
- La lampe consomme 14 litres d'acétylène par heure $\text{C}_2\text{H}_2(\text{g})$.
- La pression de sortie de l'acétylène $\text{C}_2\text{H}_2(\text{g})$ vaut 1,2 bar pour un débit d'eau correctement réglé.
- La température de fonctionnement est de 50 °C dans la calebonde.
- Le volume du réservoir d'eau est de 200 mL.
- Le volume du réservoir de carbure de calcium CaC_2 est de 300 mL. Il est conseillé de remplir le réservoir au maximum au 2/3 avec le carbure de calcium CaC_2 .
- La masse maximale de carbure de calcium CaC_2 de qualité technique pouvant être chargée dans la calebonde est alors de 0,48 kg.

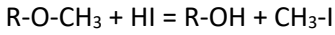
Dans la calebonde, l'acétylène $\text{H} - \text{C} \equiv \text{C} - \text{H}$ gazeux est produit par réaction entre l'eau liquide et le carbure de calcium solide $\text{CaC}_2(\text{s})$, selon l'équation de réaction ci-dessous. Le sous-produit formé est la « chaux éteinte », $\text{Ca}(\text{OH})_2(\text{s})$. Cette transformation est supposée totale.



7. Calculer l'autonomie maximale d'une lampe à acétylène correctement remplie avec du carbure de calcium de qualité technique, en supposant que CaC_2 est limitant.
8. Calculer le volume minimal d'eau à ajouter au réservoir pour consommer la totalité du carbure de calcium de qualité technique introduit dans la calebonde. En déduire le nombre de remplissages nécessaires du réservoir d'eau pour consommer la totalité du carbure de calcium de qualité technique.
9. En étudiant la variation de volume du système lors de la formation de l'acétylène, expliquer qualitativement pourquoi il ne faut surtout pas remplir complètement la calebonde de carbure de calcium.

Problème 2 : polymère biosourcé au service de l'athlétisme

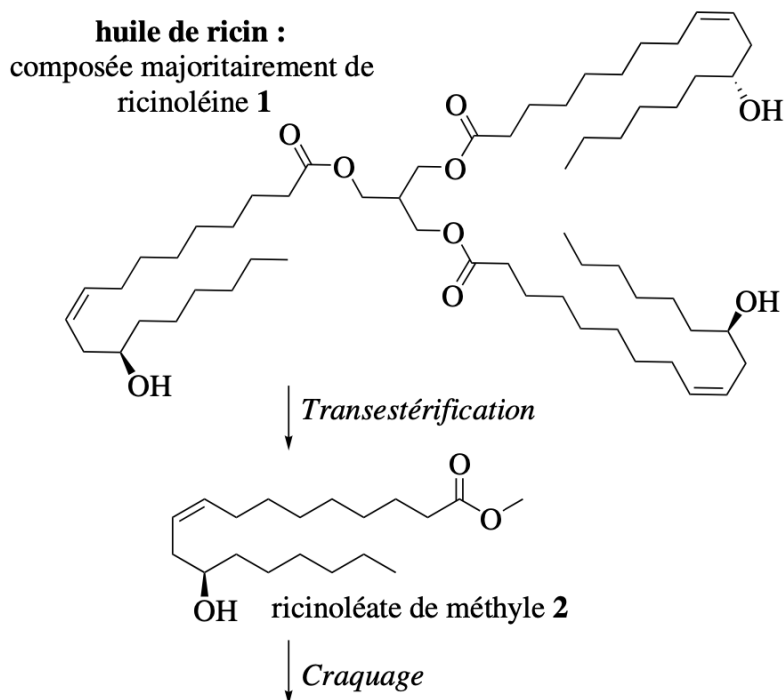
Banque de réaction



Masses molaires atomiques en $g \cdot mol^{-1}$

H : 1 C : 12 O : 16

Depuis 1949, à Serquigny près d'où coule la rivière Risle, est fabriqué l'un des tout premiers polymères biosourcés, baptisé le Rilsan® (ou polyamide 11). Ce polymère présente de multiples applications dont la fabrication de selles de vélo ou de semelles de chaussures légères et résistantes prisées par les athlètes. Cette partie s'intéresse au procédé de fabrication du Rilsan® avant d'étudier et comparer quelques-unes de ses propriétés à celles d'autres polyamides. La synthèse du Rilsan® à partir de l'huile de ricin, dont le composant majoritaire est la ricinoléine, est présenté dans la figure 8.



Pour une transformation supposée totale, on calcule l'économie d'atome (encore appelé utilisation atomique UA) comme le rapport de la masse molaire du produit d'intérêt sur la somme des masses molaires de tous les produits qui apparaissent dans l'équation stœchiométrique :

$$UA = \frac{M(\text{produit d'intérêt})}{\sum_i M(\text{produit})_i}$$

12. Calculer l'utilisation atomique pour la formation de l'undécylénate de méthyle **3**. Expliquer ce que signifie ce résultat.

Partie 2 : Valorisation du sous-produit heptanal **7**

L'heptanal **7** est un sous-produit valorisé car très utilisé en parfumerie. Il sert également de pré curseur à d'autres molécules odorantes comme le jasminaldéhyde **8** (ou α -pentylcinnamaldéhyde). Le jasminaldéhyde **8** est synthétisé à partir de l'heptanal **7** et du benzaldéhyde **9** en présence d'un catalyseur. L'équation de réaction est représentée sur la figure 10.

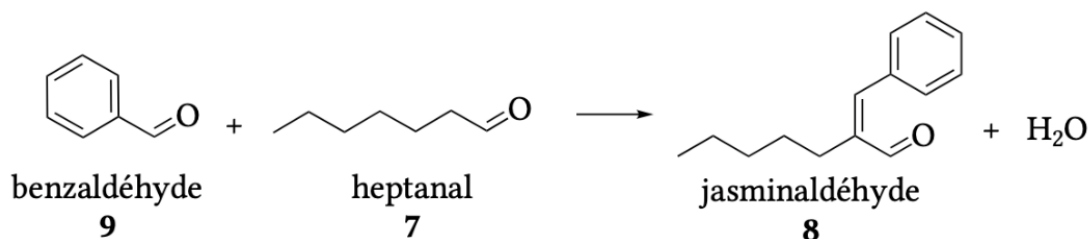
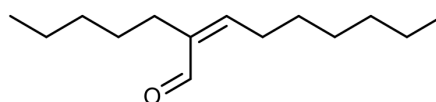


FIGURE 10 – Équation de formation du jasminaldéhyde **8** à partir du benzaldéhyde **9** et de l'heptanal **7**.

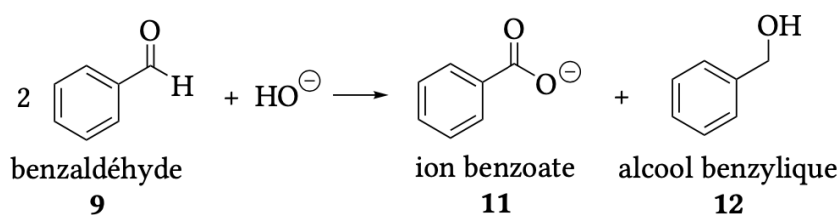
13. Indiquer le nom de la réaction mise en jeu pour la formation du jasminaldéhyde **8** à partir de l'heptanal **7** et du benzaldéhyde **9** avec l'hydroxyde de potassium (KOH) comme catalyseur et proposer un mécanisme pour cette transformation.

Lorsque la synthèse du jasminaldéhyde **8** est réalisée sans précaution particulière, c'est-à-dire en mélangeant par exemple une quantité équimolaire de benzaldéhyde **9** et d'heptanal **7** dans une solution aqueuse d'hydroxyde de potassium et en portant le milieu réactionnel au reflux, deux réactions secondaires sont observées :

- la formation d'un produit secondaire **10** de formule brute $C_{14}H_{26}O$:



- la réaction de Cannizzaro se déroulant en milieu aqueux fortement basique :



14. Donner le nom du sous-produit **10** en nomenclature systématique. Expliquer sa formation puis écrire l'équation de réaction modélisant sa formation.

De nombreuses études ont été reportées pour trouver les conditions de synthèse optimales du jasminaldéhyde **8**. Différentes conditions opératoires sont décrites dans le tableau 2 où sont indiqués le taux de conversion τ_h de l'heptanal **7**, les proportions de jasminaldéhyde **8** (noté p_J) et de produit secondaire **10** ($C_{14}H_{26}O$) (noté p_{PS}) formés. Ces grandeurs sont définies à partir des quantités de matière n_i des composés i correspondants.

$$\tau_h = \frac{n_7 \text{ consommé}}{n_7 \text{ initial}} \quad p_J = \frac{n_8}{n_8 + n_{10}} \quad p_{PS} = \frac{n_{10}}{n_8 + n_{10}}$$

15. Justifier que l'obtention de **8** nécessite un chauffage en donnant la structure du produit qui serait obtenu en l'absence de chauffage.

16. Commenter la stratégie adoptée pour les conditions 1 (mode d'ajout des réactifs, proportions des réactifs).

Les auteurs des conditions 2 et 3 ont développé de nouvelles méthodes pour minimiser les réactions secondaires.

17. Indiquer comment les conditions 2 et 3 permettent d'éviter la réaction de Cannizzaro.

	Conditions opératoires	τ_h	p_J	p_{PS}	Remarques
1	heptanal (1,0 éq) ajout pendant 4 h, benzaldéhyde (1,4 éq) catalyseur : KOH (0,37 éq) solvant : eau/diéthylène glycol (1/10), 45°C, 25 min ³	90 %	98,50 %	1,50 %	Milieu réactionnel homogène. Composés 11 et 12 observés
2	heptanal (1,0 éq), benzaldéhyde (2,0 éq) catalyseur: L-proline (0,40 éq), acide benzoïque (0,40 éq) sans solvant, 125°C, 1h ⁴	99 %	94 %	6 %	Milieu réactionnel homogène.

³ Payne, **1994** Brevet EP0392579A2

⁴ V. Subba Rao Ganga, S.H.R. Abdi, R.I. Kureshy, N.H. Khan, H.C. Bajaj, *Indian J. Chem.*, **2016**, 55A, 950-955

3	heptanal (1,0 éq), benzaldéhyde (15 éq) catalyseur: MgO-NO ₃ -H ₂ O ₂ (25 mg/mmol heptanal) sans solvant, 140°C, 6h ⁵	> 99 %	94 %	6 %	Milieu réactionnel hétérogène. Catalyseur solide réutilisable.
---	--	--------	------	-----	---

TABLEAU 2 – Exemples de conditions opératoires pour la synthèse du jasminaldéhyde **8** à partir de benzaldéhyde **9** et d’heptanal **7**.

Abréviation utilisée : éq = équivalent. Le nombre d’équivalent d’un réactif A est la quantité de matière de A divisée par la quantité de matière d’un réactif B, le réactif B servant de référence.

Partie 3 : Fonctionnalisation : synthèse de l’acide 11-aminoundécanoïque **5**

L’undécylénate de méthyle **3** subit une étape de saponification conduisant à l’acide undécylénique **4**. Ce dernier est ensuite converti en acide 11-bromoundécanoïque **13** en présence de bromure d’hydrogène HBr et de peroxyde de benzoyle (PhC(O)O)₂ sous irradiation UV (figure 11).

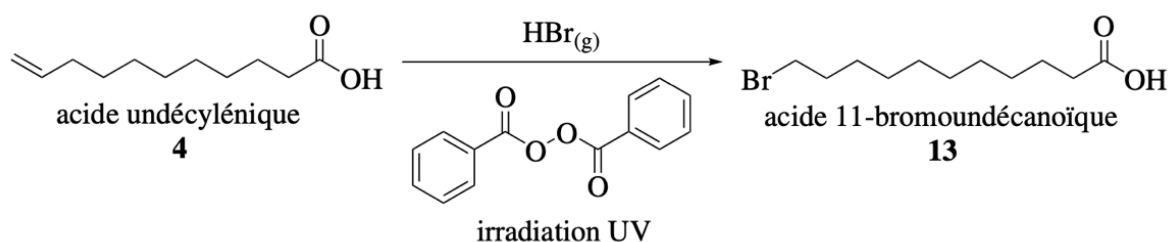


FIGURE 11 – Hydrobromation de l’acide undécylénique **4**.

18. Indiquer la structure du produit qui serait obtenu à partir de l’acide undécylénique **4** mis en présence uniquement de bromure d’hydrogène (sans peroxyde de benzoyle). Écrire le mécanisme de cette transformation et justifier la régiosélectivité attendue.

La dernière fonctionnalisation consiste à convertir l’acide 11-bromoundécanoïque **13** en acide 11-aminoundécanoïque **5** en présence d’une solution aqueuse d’ammoniac NH₃ (figure 12). Le produit obtenu est ensuite purifié par recristallisation dans l’eau.

⁵ Fan, *Energ. Source Part A*, **2019**

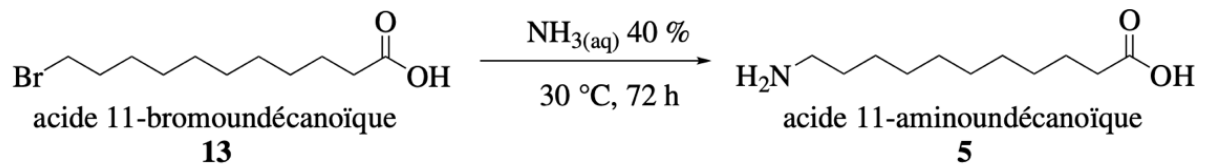


FIGURE 12 – Amination de l'acide 11-bromoundécanoïque 13.

Les procédés industriels actuels permettent d'obtenir 1 tonne d'acide 11-aminoundécanoïque **5** à partir de 2,7 tonnes d'huile de ricin.

19. Rappeler le principe de la recristallisation (dix lignes maximum). Représenter un schéma légendé du montage utilisé.

Problème 3 – Aspects thermiques au sein de la Terre

On considère que l'intérieur de la Terre est constitué d'une succession de couches de propriétés physiques différentes, telles que représentées à la **Figure 1** :

- au centre, le noyau forme 17 % du volume terrestre et se divise en :
 - la graine (ou le noyau interne), essentiellement constitué de fer solide
 - le noyau externe, essentiellement constitué de fer liquide ;
- dans la partie intermédiaire, le manteau constitue 81 % du volume terrestre ;
- en surface, la croûte solide représente moins de 2 % du volume terrestre.

La lithosphère est l'enveloppe rigide de la Terre qui comprend la croûte terrestre et une partie du manteau supérieur.

Le problème aborde divers aspects thermiques avec cette structure.

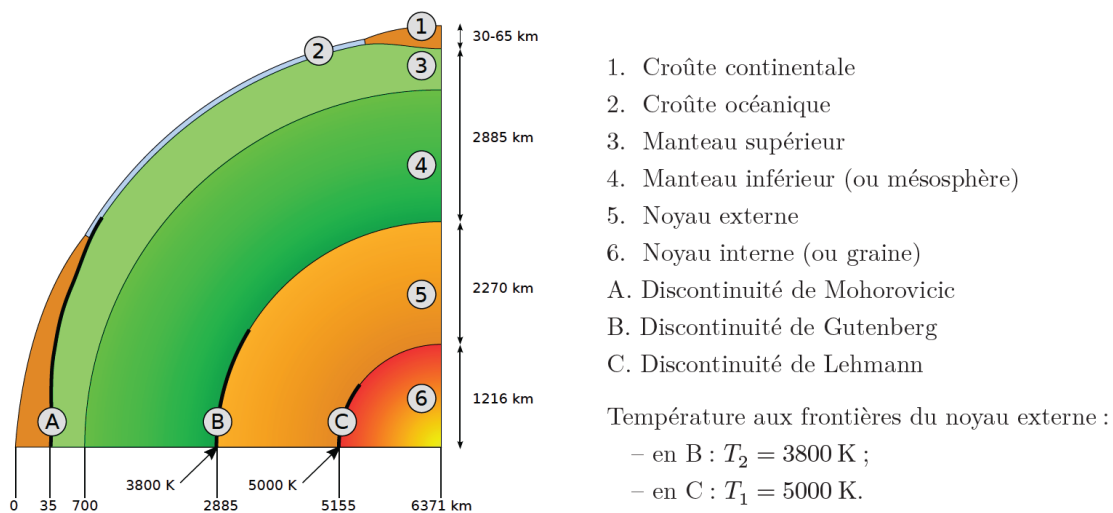


Figure 1 : Structure de la Terre (Wikipédia)

On définit le flux géothermique moyen Φ_Q comme étant le flux thermique total issu de l'intérieur du globe terrestre jusqu'à la surface de la Terre. Il est d'environ $4 \times 10^{13} \text{ W}$ et on estime qu'un quart de ce flux (soit $1 \times 10^{13} \text{ W}$) est issu du noyau terrestre (le reste étant produit essentiellement dans le manteau). Ce flux thermique issu du noyau est appelé flux thermique profond et est noté $\Phi_{th,pr}$ et résulte très majoritairement du refroidissement progressif du noyau interne qui libère sous forme thermique l'énergie (gravitationnelle et cinétique) accumulée pendant la phase d'accrétion initiale de la Terre.

Transferts thermiques dans le noyau externe

Le noyau terrestre, constitué de la graine et du noyau externe, est assimilé à une masse sphérique. Le noyau externe est le siège de transferts thermiques modélisés uniquement par de la conduction thermique avec une conductivité thermique, notée λ , uniforme et constante. Le flux thermique conductif traversant le noyau externe est le flux thermique profond $\Phi_{th,pr}$. On considère le régime comme stationnaire.

On se propose dans cette partie d'estimer une valeur numérique de la conductivité thermique λ . Pour cela, on pose $T(r = R_1) = T_1$ la température à la surface de la graine solide et $T(r = R_2) = T_2 < T_1$ la température à

la surface supérieure du noyau externe. La **Figure 2** explicite les notations, en complément de la **Figure 1** qui intègre des données utiles.

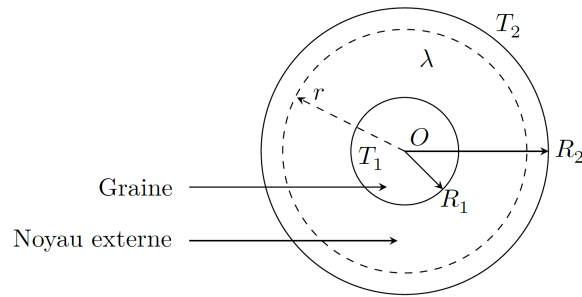


Figure 2 : Schématisation du noyau terrestre

20. Exprimer le flux thermique profond $\Phi_{th,pr}(r)$ traversant par conduction, dans le sens radial croissant, la sphère de centre O et de rayon $r \in [R_1, R_2]$ en fonction de λ , r et $\frac{dT}{dr}$.
21. Expliquer pourquoi il est raisonnable de considérer ce flux thermique constant dans le noyau externe.
22. En déduire l'expression de la conductivité thermique λ en fonction de R_1 , R_2 , T_1 , T_2 et du flux thermique profond $\Phi_{th,pr}$.
23. Estimer la valeur de la conductivité thermique λ dans ce modèle.

Des mesures sur le fer liquide et ses alliages envisagés pour la constitution du noyau externe, effectuées dans ses conditions de température et de pression élevées, fournissent des valeurs de conductivité thermique d'au plus $1 \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

24. Conclure à propos des mécanismes de transfert thermique réels dans le noyau externe.

Croissance du noyau interne

Le noyau se refroidissant, la graine voit son rayon croître très lentement par solidification du liquide à sa surface. On estime que 10 % de flux thermique profond provient de ce processus de solidification. Ce flux thermique associé au processus de solidification est noté $\Phi_{th,sol}$. On a donc : $\Phi_{th,sol} = \frac{10}{100} \times \Phi_{th,pr} = 1 \times 10^{12} \text{ W}$.

Dans cette partie, on va chercher à estimer le taux de croissance de la graine en $\text{mm} \cdot \text{an}^{-1}$ dans les conditions de température et de pression qui règnent à l'interface.

Pour cela, on considère une pellicule de liquide sphérique comprise entre les rayons R_1 et $R_1 + dr$, au contact de la graine. L'étude sera faite entre les instants t et $t + dt$.

Cette pellicule fluide a une température uniforme égale à la température du solide de la graine avec laquelle elle est en contact. Sa pression est supposée uniforme et constante de même que sa masse volumique qui sera prise égale à $\rho_N = 1 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. On néglige tout mouvement convectif au cours du processus de solidification.

25. On note $\Delta_{sol}h = -270 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ l'enthalpie massique de solidification de l'eau à température et pression ambiante. Exprimer, notamment en fonction ρ_N et $\Delta_{sol}h$, l'énergie libérée δQ_{sol} (comptée positivement) par la solidification de la pellicule de rayon R_1 et d'épaisseur dr pendant un intervalle de temps dt .

Indication : le volume compris entre deux sphères de rayons R_1 et $R_1 + dr$, s'écrit : $dV = 4\pi R_1^2 dr$.

26. Montrer alors que le taux de croissance de la graine peut s'écrire : $\tau = \frac{dr}{dt} = -\frac{\Phi_{th,sol}}{4\pi R_1^2 \rho_N \Delta_{sol}h}$.
27. Calculer alors le taux de croissance de la graine en $\text{mm} \cdot \text{an}^{-1}$ selon ce modèle sachant que l'enthalpie massique de solidification du fer à température et pression ambiante est : $\Delta_{sol}h = -270 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. On estime actuellement que le taux de croissance du rayon de la graine est $\tau = 0,3 \text{ mm} \cdot \text{an}^{-1}$. Conclure quant à la validité du modèle proposé.

Transferts thermiques dans la lithosphère

Dans cette partie, on cherche à estimer le flux géothermique moyen Φ_Q correspondant au flux thermique global sortant de la Terre, assimilable à une sphère de rayon $R_T = 6380 \text{ km}$.

Dans ce but, on va effectuer un bilan thermique au niveau de la lithosphère, considérée de rayon R_L et d'épaisseur constante et égale à : $R_T - R_L = e = 100 \text{ km}$.

Un des premiers modèles simples est de tenir compte d'une source radioactive qui apporte, dans la lithosphère, une puissance thermique par unité de masse, $\alpha = 5 \times 10^{-11} \text{ W} \cdot \text{kg}^{-1}$, que l'on supposera constante, que la masse volumique ρ_L dans la lithosphère est uniforme et que le régime est stationnaire. Outre cet apport d'énergie par les sources radioactives, seuls les phénomènes de conduction thermique seront pris en compte selon ce modèle.

28. En réalisant un bilan d'énergie en régime stationnaire sur une coquille sphérique comprise entre r et $r + dr$ dans la lithosphère, montrer que le flux thermique conductif satisfait, pour $r \in [R_L, R_T]$, l'équation différentielle :

$$\frac{d\Phi_{th}}{dr} = 4\pi\rho_L\alpha r^2$$

Indication : le volume compris entre deux sphères de rayons r et $r + dr$, s'écrit : $dV = 4\pi r^2 dr$.

29. On considère que le flux au niveau de la lithosphère est celui issu du noyau terrestre : $\Phi_{th}(R_L) = \Phi_{th,pr} = 1,0 \times 10^{13}$.
En déduire alors une valeur numérique du flux géothermique moyen $\Phi_Q = \Phi_{th}(R_T)$ sortant de la Terre selon ce modèle. On prendra : $\rho_L = 2,9 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
30. A la surface du globe terrestre, des mesures indiquent que le flux surfacique sortant par unité de surface moyen est de l'ordre de $80 \text{ mW} \cdot \text{m}^{-2}$. Discuter par rapport à votre résultat de la question précédente.

Problème 4 – Étude d'un plongeon dans une piscine

Ce problème étudie le plongeon d'un plongeur de masse $m = 80 \text{ kg}$ dans l'air puis dans l'eau. Après impulsion sur le plongeur, on considère que l'altitude maximale atteinte par le plongeur par rapport à la surface de l'eau vaut $h = 3,0 \text{ m}$. On considère que le mouvement du plongeur se fait uniquement suivant un axe (Oz), z indiquant la position du centre de gravité du plongeur. L'origine O est choisie à la surface de l'eau. La schématisation de la situation est alors celle de la **Figure 1** :

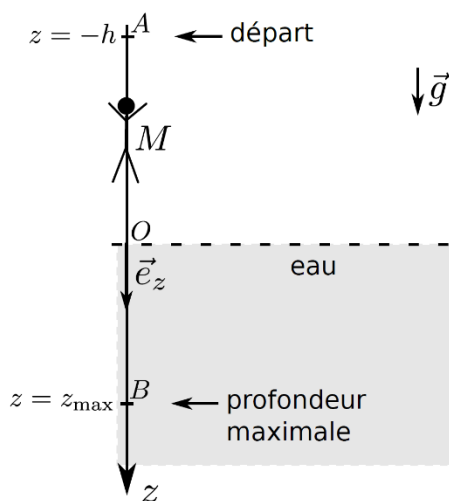


Figure 1 : Description du repère choisi pour étudier le mouvement du plongeur dans l'air et dans l'eau

Données :

- Intensité de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- Masse volumique de l'air : $\mu_{\text{air}} = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Masse volumique du plongeur : $\mu_{\text{plongeur}} = 985 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Masse volumique de l'eau : $\mu_{\text{eau}} = 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Mouvement dans l'air

On se propose de modéliser la phase descendante d'un plongeur, depuis son altitude maximale $z_{\text{max}} = h = 3,0 \text{ m}$ jusqu'à la surface de l'eau afin d'estimer la durée de chute ainsi que la vitesse du plongeur à son entrée dans l'eau. Pour cela, on considère dans un premier temps que le plongeur est soumis uniquement à son poids. La vitesse du plongeur est de plus supposée nulle à son altitude maximale.

31. En utilisant la deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle suivie par la position $z(t)$. La résoudre afin d'exprimer $z(t)$. En déduire l'expression puis la valeur de la durée de la chute t_c en fonction de h et g , avant impact dans l'eau.
32. En utilisant un théorème sur l'énergie, établir l'expression de la vitesse du plongeur v_0 lorsqu'il atteint la surface de l'eau en $z = 0$. Réaliser l'application numérique.

On cherche, dans la suite, à améliorer ce modèle de chute libre.

33. Dans un premier temps on se demande si on a eu raison de négliger la poussée d'Archimède subie par le plongeur dans l'air. Qu'en est-il selon vous ? Justifier.

On souhaite, à présent, vérifier si les frottements de l'air subis par le plongeur peuvent modifier la valeur de la vitesse du plongeur à la surface de l'eau, calculée précédemment avec un modèle de chute libre. Ces frottements sont correctement modélisés par la force : $\vec{f} = -\alpha \cdot v \cdot \vec{v}$ où \vec{v} est la vitesse du plongeur dans l'air et $\alpha = 0,13 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$.

34. Établir l'équation différentielle vérifiée par la norme de la vitesse $v = \|\vec{v}\|$ en tenant compte de cette force modélisant les frottements dans l'air.
35. Une résolution numérique de cette équation différentielle donne les graphiques donnés ci-dessous. Donner, à partir de lectures graphiques, les valeurs numériques de la durée de la chute et de la vitesse du plongeur lorsqu'il atteint la surface de l'eau selon ce nouveau modèle. Comparer à vos résultats obtenus selon un modèle de chute libre.

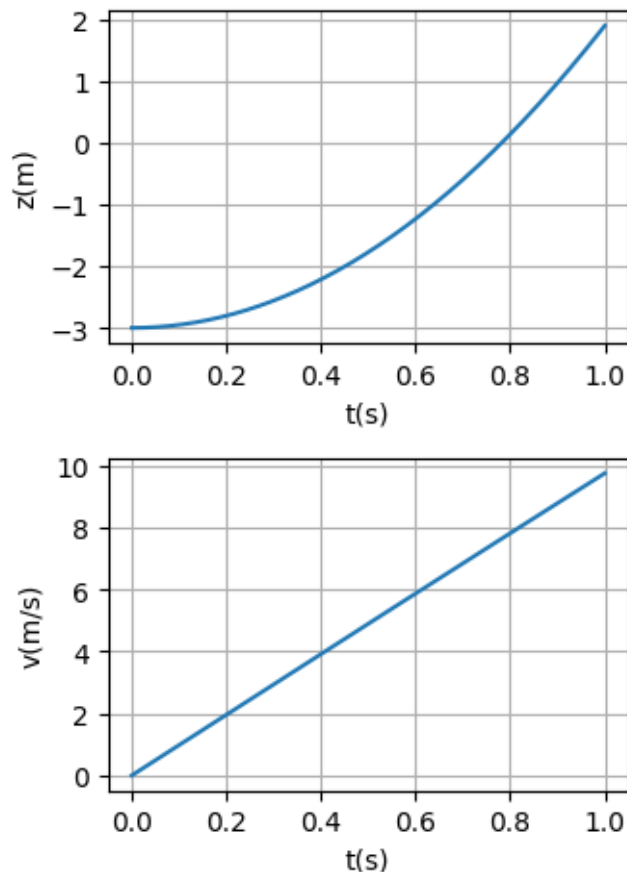


Figure 2 : Position et vitesse du plongeur au cours du temps dans sa phase descendante en tenant compte des frottements fluide de l'air s'exerçant sur le plongeur.

Afin de vérifier la validité de l'étude théorique précédente, une étude expérimentale a été menée sur un plongeur. Le plongeur a été découpé en plusieurs phases décrites ci-dessous.

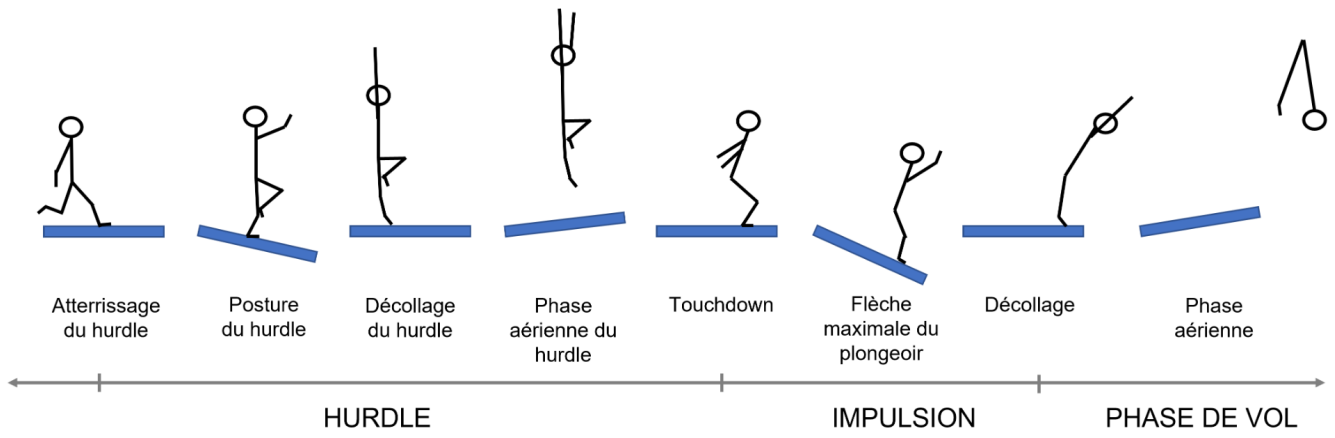


Figure 3 : Les différentes phases du plongeon

L'étude du mouvement du plongeur a permis de tracer les courbes d'énergie suivantes :

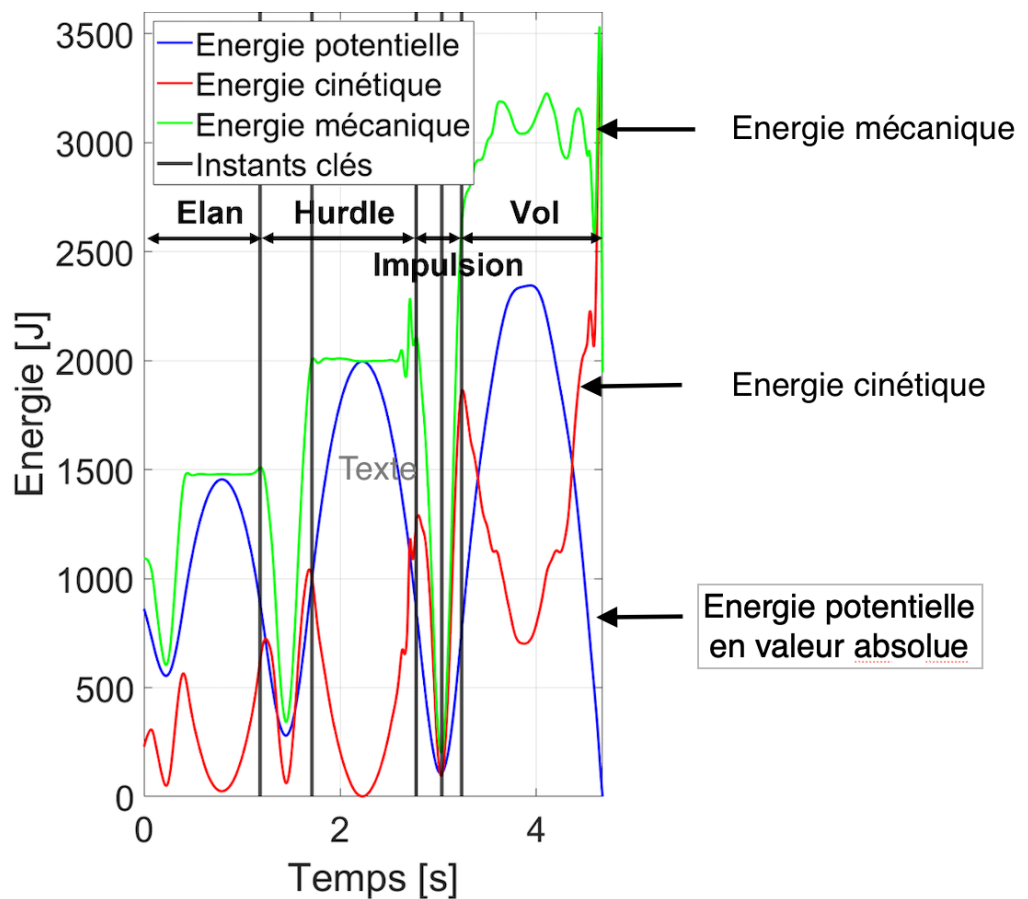


Figure 4 : Courbes d'énergie potentielle, cinétique et mécanique du plongeur en fonction du temps durant les différentes phases du plongeon.

On précise que c'est la valeur absolue de l'énergie potentielle qui a été tracée. Par ailleurs, l'énergie potentielle est prise nulle à la surface de l'eau.

36. Justifier que les frottements de l'air peuvent être considérés comme négligeables dans la phase de vol.

37. Montrer, en utilisant la courbe donnant l'énergie potentielle en fonction du temps, que l'altitude maximale, atteinte dans la phase de vol, dans cette étude expérimentale est la même que celle prise pour l'étude théorique soit $h = 3,0 \text{ m}$.
38. Estimer la vitesse du plongeur à son entrée dans l'eau en utilisant la courbe donnant l'énergie cinétique en fonction du temps, dans la phase de vol. Estimer aussi la durée de la chute. Conclure en comparant avec l'étude théorique précédente.

Mouvement sous l'eau

L'étude du mouvement du plongeur sous l'eau permet de tracer (**Figure 5** ci-dessous) $\frac{E_p}{mg}$ en fonction de la position z du plongeur, où E_p est l'énergie potentielle du plongeur. L'axe (Oz) est toujours choisi vertical descendant (voir **Figure 1**).

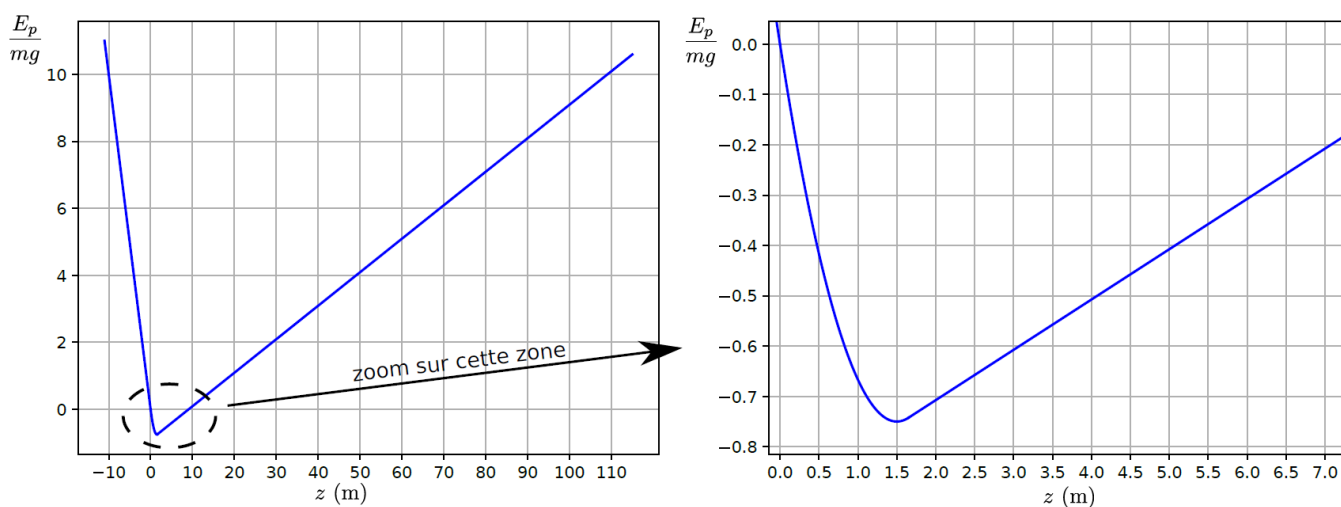


Figure 5 : Représentation de $\frac{E_p}{mg}$ (en m) en fonction de z (en m). La référence d'énergie potentielle est prise en $z = 0$. Le graphique de droite est un zoom du graphique de gauche.

39. Est-il à présent raisonnable de négliger la poussée d'Archimède due à l'eau dans l'étude mécanique qui a mené aux tracés des courbes données dans la **Figure 5** ? Justifier. Établir l'expression de l'énergie potentielle E_{pa} associée à la poussée d'Archimède en fonction de $\mu_{plongeur}$, μ_{eau} , m_i , g et z , où m_i est la masse de la partie immergée du plongeur.
40. Donner alors l'expression de $\frac{E_p}{mg}$ en fonction de $\mu_{plongeur}$, μ_{eau} , m_i , m , g et z . Justifier qualitativement l'évolution de $\frac{E_p}{mg}$ en fonction de z .
41. Reproduire l'allure du graphique donnant $E_p(z)$ sur votre copie afin d'indiquer la localisation de la position d'équilibre. À quelle valeur de z correspond-t-elle ? Est-ce une position d'équilibre stable ?

Dans un premier temps, on néglige la force de frottement exercée par l'eau sur le plongeur, ainsi que le ralentissement lors de l'impact. Le mouvement est alors conservatif.

42. Par une construction graphique, donner la valeur de la profondeur maximale atteinte par le plongeur lorsqu'il saute d'une hauteur initiale de 10 m sans vitesse initiale. Ce résultat semble-t-il raisonnable ? Comment améliorer la modélisation ?

On prend maintenant en compte la force de frottement que l'eau exerce sur le plongeur. Un modèle plus détaillé et non développé ici permet d'obtenir la figure ci-contre, donnant la profondeur maximale atteinte pour une hauteur de plongeon donnée. On cherche à estimer la valeur moyenne de la force de frottement de l'eau. On note $\vec{F} = -F \cdot \vec{e}_z$ cette force non conservative avec $F > 0$, et on la suppose constante au cours du mouvement sous l'eau.

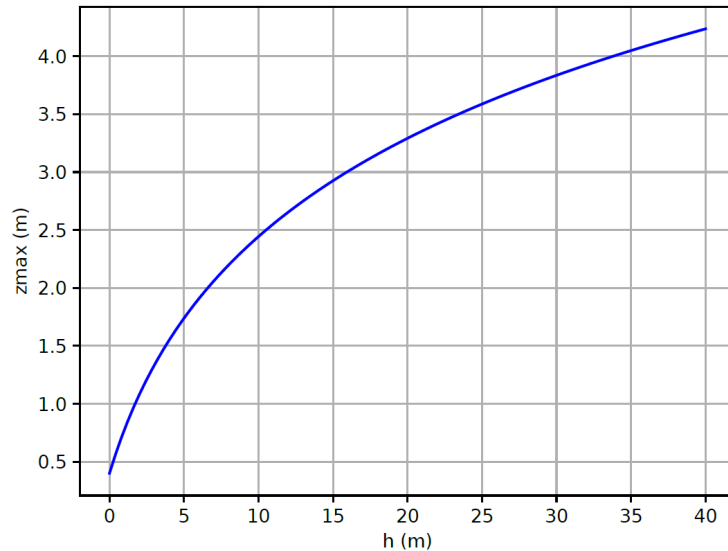


Figure 6 : Profondeur maximale atteinte z_{max} en fonction de la hauteur h , lorsque le modèle prend en compte les frottements de l'eau

43. Définir le travail de \vec{F} entre le point O d'entrée dans l'eau et le point B où la profondeur maximale est atteinte. L'exprimer en fonction de F et de $z_{max} = z_B$ et commenter son signe.
44. En utilisant le théorème de l'énergie mécanique et en exploitant notamment la **Figure 5** et la **Figure 6**, estimer la valeur de la force F pour un plongeon de hauteur initiale $h = 10 \text{ m}$.

Fin du sujet