

## Mirage

### Question simple :

On considère un milieu composé de couches infiniment minces d'indices optiques différents avec  $n_0 > n_1 > n_2 > n_3 \dots$ .



- Établir une condition sur l'angle  $i_0$  pour que le rayon incident reste dans le milieu d'indice optique  $n_0$ .
- Application numérique pour une variation d'indice optique d'environ 0,001 entre deux couches.
- Dessiner le trajet d'un rayon lumineux qui n'obéirait pas à cette condition.

### Question ouverte :



Voici la photo d'un bateau réalisée avec une prise de vue de  $30^\circ$  par rapport à l'horizontale. Il semble flotter au-dessus de l'eau. Expliquer pourquoi le modèle de l'atmosphère isotherme ne permet pas d'expliquer la photo. Proposer alors une explication à ce mirage.

Indications :

- Exprimer la masse volumique de l'air  $\rho(z)$  dans le cadre de l'hypothèse de l'atmosphère isotherme et non isotherme.
- Relier qualitativement l'évolution de l'indice optique  $n(z)$  à l'évolution de  $\rho(z)$ .
- Expliquer le mirage.

### Données :

Le bateau mesure 300 m de long.

Indice optique de l'air à la surface de la terre  $n_s = 1,0003$

Évolution de la température au-dessus de la mer en fonction de l'altitude :  $T(z) = T_0 + a \cdot z$  avec  $a = 1 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{m}^{-1}$

## Correction

### Question simple

On cherche à avoir une réflexion totale :  $i_{\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_0}\right)$

$$i_0 + i_{\text{lim}} + \frac{\pi}{2} = \pi$$

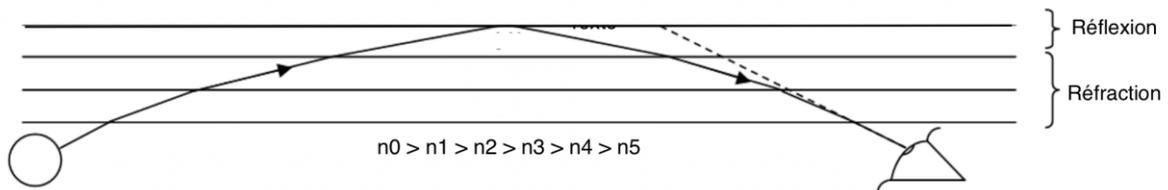
Donc  $i_0 < \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_0}\right)$  avec  $i_{0,\text{lim}} = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{n_1}{n_0}\right)$

AN :

En supposant une variation d'indice optique de l'ordre de 0,1 :  $n_0 = 1,0$  et  $n_1 = 0,999$ , on trouve un angle d'environ  $i_{0,\text{lim}} = 2,5^\circ$ .

Trajet d'un rayon pour lequel  $i_0 > i_{0,\text{lim}}$  :

Il y a réfraction avec diminution progressive de l'angle  $i_0$  jusqu'à ce que sa valeur devienne inférieure à  $i_{0,\text{lim}}$ . On observe alors une réflexion.



### Question ouverte :

Si l'atmosphère est isotherme :

Avec un axe (Oz) ascendant, la combinaison de la loi fondamentale de la statique des fluides et la relation des gaz parfaits permet d'établir :

$$\rho = \frac{MP_0}{RT_0} e^{-\frac{Mg}{RT}z}$$

Ainsi, la masse volumique de l'air peut être considérée comme constante sur une faible variable d'altitude : l'indice optique du milieu est constant. Les rayons lumineux ne sont pas déviés : il n'y a pas de mirage.

AN pour vérification à 0 et 10 m :

$$\rho(0) = \frac{29 \times 10^{-3} \times 10^5}{8,314 \times 298} e^{-\frac{29 \times 10^{-3} \times 9,91}{8,314 \times 298} \times 0} = 1,17 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\rho(10) = \frac{29 \times 10^{-3} \times 10^5}{8,314 \times 298} e^{-\frac{29 \times 10^{-3} \times 9,91}{8,314 \times 298} \times 10} = 1,17 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Si l'atmosphère n'est pas isotherme :

Avec un axe (Oz) ascendant, la combinaison de la loi fondamentale de la statique des fluides et la relation des gaz parfaits permet d'établir :

$$\frac{dP}{P} = - \frac{Mg}{R(T_0 + az)} dz$$

$$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = - \frac{Mg}{Ra} \ln\left(\frac{az + T_0}{T_0}\right)$$

$$P = P_0 \left(\frac{az + T_0}{T_0}\right)^{-\frac{Mg}{Ra}}$$

$$\rho = \frac{MP_0}{R(az + T_0)} \left(\frac{az + T_0}{T_0}\right)^{-\frac{Mg}{Ra}}$$

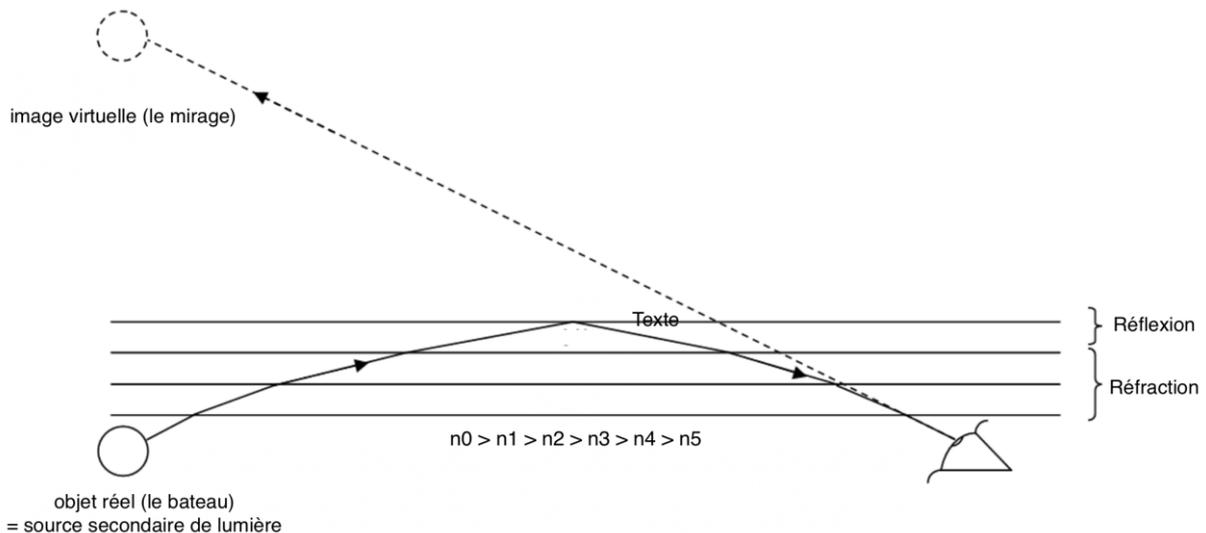
AN pour vérification à 0 et 10 m :

$$\rho(0) = \frac{29 \times 10^{-3} \times 10^5}{8,314 \times 298} = 1,17 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\rho(10) = \frac{29 \times 10^{-3} \times 10^5}{8,314 \times (298 + 10)} \left(\frac{10 + 298}{298}\right)^{-\frac{29 \times 10^{-3} \times 9,81}{8,31}} = 1,13 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Plus l'altitude augmente, plus la température augmente et plus la masse volumique est faible. L'indice optique est plus faible car il devient plus facile à la lumière de s'y propager : on se retrouve dans la situation de la question simple.

Comme l'angle d'observation est supérieur à  $i_{0,\text{lim}}$  (question simple) alors, le trajet du rayon lumineux est :



Le mirage est l'objet virtuel vu par l'œil : le bateau semble léviter au dessus de l'eau.