

Mesure de la vitesse d'une bille

On dispose d'une rampe avec un rail, dont la hauteur est h . Cette rampe se termine par une partie horizontale. On mesure h et H avec un mètre ruban.

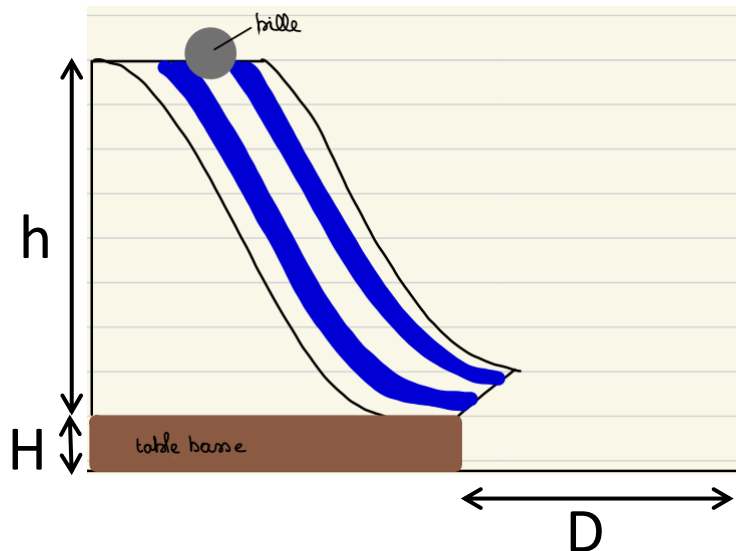


Figure 1 schéma illustratif de l'expérience (non à l'échelle) © Charlotte D.

La rampe est située sur une table basse de hauteur $H = 40,0$ cm.

Le but de l'expérience est de mesurer la vitesse V_0 de la bille lorsqu'elle arrive au bout de la rampe, sachant que la bille est initialement lâchée sans vitesse initiale, par deux méthodes différentes :

- Méthode 1 : on utilise une méthode énergétique pour trouver V_0
- Méthode 2 : on mesure la distance D parcouru par la bille lorsqu'elle atteint le sol, puis on en déduit V_0

On ne prendra pas en compte les frottements

Question simple

1. Énoncer le théorème de l'énergie mécanique. Trouver par une méthode énergétique la vitesse V_0 .
2. Expliquer ce que fait et renvoie le script python ci-dessous

```
1 import numpy as np
2
3 # affectation des constantes
4 h = 0.086 #hauteur de lâcher de la bille en m
5 g = 9.804 #m.s-2
6
7 # incertitudes type
8 u_h = 0.001/np.sqrt(6) # incertitude sur h en m
9 u_g = 0.049 # incertitude type sur g en m.s-2
10
11 N=1000 # Nombre de tirages simulés
12
13 V0 = [] # Liste des valeurs calculées de la vitesse V0
14
15 for k in range(N) : #Procédure de tirage
16     h_sim = h + np.sqrt(3)*u_h*np.random.uniform(-1,1)
17     g_sim = g + np.sqrt(3)*u_g*np.random.uniform(-1,1)
18     #A COMPLETER # calcul de la vitesse V0
19
20 V0_moy = np.mean(V0) #Calcul de la valeur moyenne
21 uV0 = np.std(V0,ddof=1) #Calcul de l'écart-type
22
23 print(f'vitesse V0 : {V0_moy:.7f} m/s')
24 print(f'Incertitude-type sur la vitesse V0 : {uV0:.7f} m/s')
25 print()
```

3. Compléter la ligne 18 du programme

4. Le script renvoie :

```
>>> (executing file "incertitude vitesse de
bille.py")
vitesse V0 : 1.2983151 m/s
Incertitude-type sur la vitesse V0 : 0.00442
41 m/s
```

Question ouverte

On mesure expérimentalement plusieurs valeurs de D, regroupée dans le tableau ci-dessous :

D (cm)	32,2	33,7	32,9	34,1	32,4	33,5	34,4	32,6	33,5	32,3	33,6	34,0	33,5	32,8	32,6
-----------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

- Valeur moyenne de D : 33,206 cm
- Ecart type de la distribution des mesures : 0,706 cm

Déterminer si les valeurs obtenues pour Vo par les différentes méthodes sont cohérentes entre elles.

Document 1 : formules pour les incertitudes

- Incertitude-type de type A (répétition N fois de la mesure) :

$$u_A = \frac{\sigma_{N-1}}{\sqrt{N}}$$

Avec σ_{N-1} l'écart type de la distribution

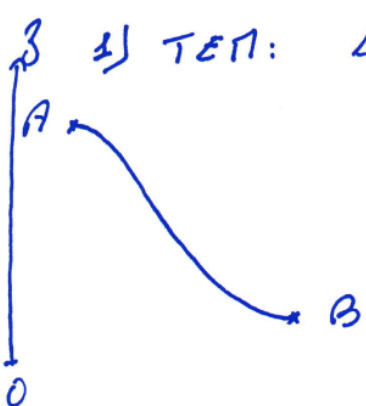
- Propagation des incertitudes

$$\text{si } Y = X_1^a X_2^b \quad \text{alors} \quad \frac{u(Y)}{Y} = \sqrt{a^2 \left(\frac{u(X_1)}{X_1} \right)^2 + b^2 \left(\frac{u(X_2)}{X_2} \right)^2}$$

Correction: mesure de la vitesse d'une balle

Question simple

1) TEP: $\Delta E_m = \sum W_{FNC}$ ou $dE_m = \sum \delta W_{FNC}$



{ balle }

Biens des forces:

$\vec{P}$ Poids: force conservative

$\vec{R}$: réaction du support $\perp$ déplacement

$\Rightarrow W_{\vec{R}} = 0$

Mouvement conservatif $\Rightarrow E_{mA} = E_{mB}$

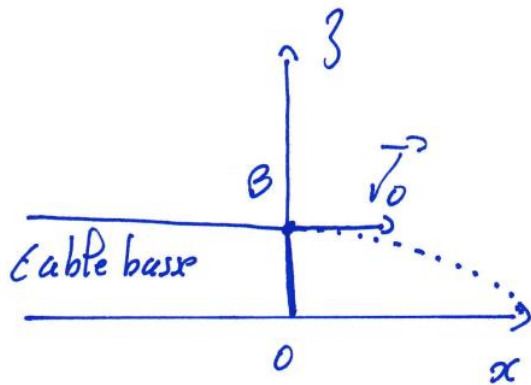
$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 + m g z_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g z_B$$

$$\left. \begin{array}{l} v_A = 0 \\ v_B = v_0 \\ z_A - z_B = h \end{array} \right\} v_0 = \sqrt{2 g h}$$

2) Méthode de Monte Carlo: tirages aléatoires (1000) de g et h dans leur intervalle d'erreur puis calcul de v_0 pour chaque tirage en utilisant la formule quest° 1. Le script retourne la valeur moyenne et l'écart type.

3) ligne 18: `v0.append(np.sqrt(2 * g_sim * h_sim))`

Question ouverte



{ bille }

Repère $(0, x, z)$

Force appliquée:

$$\vec{P} = -mg\vec{e}_z$$

PFD: $m\vec{a} = \vec{P}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = v_0 \\ \dot{z} = -gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = v_0 t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + H \end{cases}$$

Lorsque la bille touche le sol: $z = 0 \Rightarrow t = \frac{D}{v_0}$

$$\begin{cases} z = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2}g\left(\frac{D}{v_0}\right)^2 + H \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_0 = D\sqrt{\frac{g}{2H}}$$

AN: $v_0 = 33,206 \times \sqrt{\frac{9,804}{2 \times 0,400}} = 1,162 \text{ m.s}^{-1}$

Calcul de $u(v_0)$

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} D \times g^{\frac{1}{2}} \times H^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{u(v_0)}{v_0} = \sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{u(g)}{g}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{u(H)}{H}\right)^2}$$

$$u(D) = \frac{0,706}{\sqrt{5}} \quad u(g) = 0,049 \text{ (Pythéon)}$$

$$u(H) = \frac{0,001}{\sqrt{6}} \text{ (lecture directe)}$$

AN: $u(v_0) = 0,0070 \text{ m.s}^{-1}$

Pour savoir si les 2 mesures sont cohérentes on calcule le χ -score

$$\chi_{\text{score}} = \frac{|v_1 - v_2|}{\sqrt{u(v_1)^2 + u(v_2)^2}} \quad \begin{array}{l} v_1: \text{méthode 1} \\ v_2: \text{méthode 2} \end{array}$$

AN: $\chi_{\text{score}} = 16,4 > 2 \Rightarrow$ les 2 mesures sont incohérentes

explicat°: méthode 1 = modèle sans prendre en compte les frottements de la bille sur la rampe.

méthode 2: les frottements sont pris en compte
Pas de la mesure de D .