

Question simple

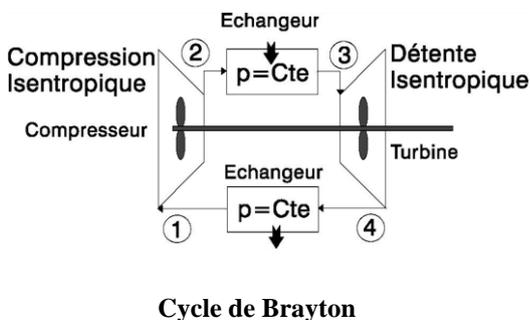
Exprimer le premier principe industriel dans le cas de l'écoulement d'un fluide de capacité thermique massique c_m à travers un dispositif échangeur thermique. On se placera en régime stationnaire et on écrira le résultat en fonction du débit massique du fluide, de la puissance thermique échangée dans le dispositif et des températures d'entrée et de sortie. Rappeler la définition du rendement en puissance d'un moteur thermique ditherme.

Question ouverte : étude d'une centrale nucléaire à particule triso

Une des options envisagée pour les futures centrales nucléaires de la génération 6 prévues vers les années 2030 est le réacteur à très haute température. Ce type de réacteur offrirait l'avantage d'améliorer l'efficacité de la conversion énergétique compte tenu de la température élevée de la source chaude. Le fluide employé qui est l'hélium décrit le cycle de Brayton pour extraire le travail et, en fin de compte, produire de l'électricité. Le combustible nucléaire utilisé dans la source chaude est constitué de petites sphères multicouches appelées particules TRISO.

**Combien de particules triso sont nécessaires au fonctionnement de la centrale ?
Évaluez la précision de votre résultat.**

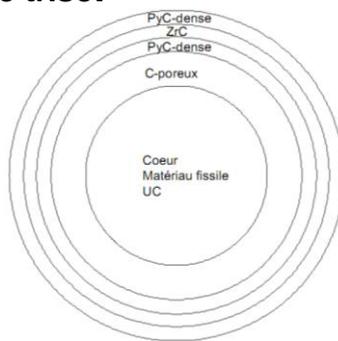
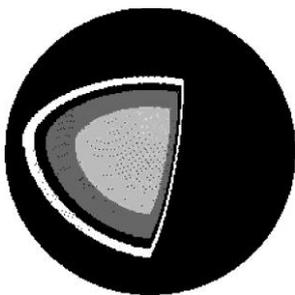
Le cycle de Brayton.



Au niveau des échangeurs le sens des échanges de chaleur entre la source chaude et l'hélium (transformation 2 → 3) et entre la source froide et l'hélium (transformation 4 → 1) sont représentés sur le schéma. A la sortie des échangeurs l'hélium est en équilibre thermique avec la source de chaleur extérieure.

Température de l'air extérieur $T_1 = 300\text{K}$. (source froide)
Rapport de compression $r_P = P_2/P_1 = 4$
Coefficient γ de l'hélium $\gamma = 5/3$.
Puissance nominale de la centrale nucléaire $P = 300\text{MW}$
Rendement de la centrale : 42,6 %
Débit massique de circulation de l'hélium : $174 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$
Masse molaire de l'hélium $M_{\text{He}} = 4 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Structure d'une particule triso.



Dans les particules triso, au cœur du matériau fissile, a lieu la libération de l'énergie à la température de 1361 K. Le cœur est entouré de plusieurs couches successives ayant pour rôles d'assurer la protection du noyau et le confinement des produits de fission.

Caractéristique des couches composant la particule triso.

Couche	Position	rayon externe (m) (précision 5%)	Conductivité thermique ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	Résistance thermique ($\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$)
Carbure d'uranium (UC)	$r < r_1$	$r_1 = 250 \times 10^{-6}$		
Carbone poreux	$r_1 < r < r_2$	$r_2 = 345 \times 10^{-6}$	0,5	
Carbone pyrolytique (PyC) dense	$r_2 < r < r_3$	$r_3 = 385 \times 10^{-6}$	4	$6,0 \pm 2,2$
Carbure de zirconium (ZrC)	$r_3 < r < r_4$	$r_4 = 420 \times 10^{-6}$	20	$0,86 \pm 0,4$
Carbone pyrolytique (PyC) dense	$r_4 < r < r_5$	$r_5 = 460 \times 10^{-6}$	4	$4,15 \pm 1,9$

Pour répondre à la question posée vous analyserez d'une part le rôle des particules triso dans le cycle de la centrale et d'autre part vous effectuerez une étude du flux thermique transporté à travers les différentes couches sphériques qui constituent les particules triso. Lors de cette étude vous aurez à analyser et compléter le script en langage Python fourni.

Script Python

```
01 | #RESISTANCE THERMIQUE D'UNE COUCHE SPHERIQUE ET INCERTITUDE TYPE
02 |
03 | from math import *
04 | import numpy as np
05 | import numpy.random as rd
06 |
07 | #rayons de la couche (en m) :
08 | rint='''à compléter''' #rayon interne
09 | rext='''à compléter''' #rayon externe
10 |
11 | #Demi intervalle d'erreur sur les rayons (en m) :
12 | a_rint=0.03*rint
13 | a_rext=0.03*rext
14 |
15 | #conductivité thermique de la couche (en W.m(-1).K(-1)):
16 | K=0.5
17 |
18 | #Calcul de la résistance thermique R et de son incertitude type:
19 | N=10000
20 | '''à compléter'''
21 | rext_MC = rext + a_rext*rd.uniform(-1,1,N)
22 | '''à compléter'''
23 | R_moy=np.average(R_MC)
24 | sigma_R=np.std(R_MC,ddof=1)
25 | print('Résistance thermique de la couche Rth =',R_moy, 'K/W
+/- ',sigma_R, 'K/W')
```

Solution :

Question simple

Premier principe industriel en régime permanent pour un échangeur thermique :

$$\Delta_{E-S}h = q \Leftrightarrow D_m \cdot \Delta_{E-S}h = P_{th} \Leftrightarrow D_m \cdot c_p (T_S - T_E) = P_{th}$$

$$\text{Rendement d'un cycle ditherme moteur : } \eta = \frac{W_{fourni}}{Q_{ch}(\text{à dépenser})} = \frac{P_{fournie}}{P_{th}(\text{à dépenser})}$$

Question ouverte

1. Cycle de Brayton.

Cycle moteur décrit par l'hélium \Rightarrow rendement $\eta = -\frac{W}{Q_{23}} = \frac{P}{P_{th}} \Rightarrow P_{th} = 704 \text{ MW}$ avec :

$$P_{th} = D_m \cdot q_{23}$$

$$\Rightarrow q_{23} = \frac{P_{th}}{D_m} = 4,05 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} = c_{pm} (T_3 - T_2) = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)} (T_3 - T_2) \text{ avec } P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1 = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_2$$

$\Rightarrow T_2 = T_1 r_p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 522,3 \text{ K} \Rightarrow T_3 = 1302 \text{ K}$ qui est la température de la source de chaleur au contact de l'hélium donc la température de la couche la plus externe des particules triso.

2. Puissance thermique apportée par une particule triso :

- Régime supposé stationnaire $\Rightarrow \phi_{th}$ constant = $\frac{\Delta T}{R_{theq}} = \frac{T_{coeur} - T_{ext}}{R_{th(C)} + R_{th(PyC)_1} + R_{th(ZnC)} + R_{th(PyC)_2}}$ car

les différentes couches sont en série.

- calcul de la résistance thermique des 4 couches externes d'une particule avec l'incertitude type associée :

$$\text{Symétrie sphérique de chaque couche : } \phi_{th} = -\lambda \frac{dT}{dr} \cdot 4\pi r^2 \Rightarrow dT = -\frac{\phi_{th} dr}{4\pi \lambda r^2}$$

$\Rightarrow R_{th} = \frac{\Delta T}{\phi_{th}} = \frac{1}{4\pi \lambda} \left(\frac{1}{r_{int}} - \frac{1}{r_{ext}} \right)$ pour chaque couche de la particule triso : formule à inscrire à la ligne 22 du script.

Les rayons des couches sont donnés avec une précision de 1% \Rightarrow demi-intervalle d'erreur sur chaque rayon $r = a = 0,05 \cdot r$

La méthode de Monte Carlo permet de déterminer la valeur moyenne de la résistance thermique et l'incertitude type associée en complétant le script par la donnée des valeurs de r_{int} et r_{ext} aux lignes 8 et 9 et la donnée du tirage aléatoire des valeurs de r_{int} à la ligne 20.

Faire calculer l'A.N pour $R_{carbone \text{ poreux}}$ à la calculatrice et donner l'incertitude obtenue avec le script : $u(R_{C \text{ poreux}}) = 23 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$.

Les valeurs des autres résistances sont fournies avec leurs incertitudes :

$$R_{th(C)} = 175,5 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1} ; R_{th(PyC)_1} = 6,0 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1} ; R_{th(ZnC)} = 0,86 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1} ; R_{th(PyC)_2} = 4,15 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

$$\text{D'où } R_{th(eq)} = 186,5 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

-Calcul de l'incertitude type sur $R_{th(eq)}$ en appliquant la formule de la somme quadratique :

$$u(R_{th(eq)}) = \sqrt{u(R_{th(C)})^2 + u(R_{th(PyC)_1})^2 + u(R_{th(ZnC)})^2 + u(R_{th(PyC)_2})^2} = \sqrt{23^2 + 2,2^2 + 0,4^2 + 1,9^2}$$

$$\text{Soit } u(R_{th(eq)}) = 23,2 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1} \Rightarrow R_{th(eq)} = (186 \pm 23) \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

Températures extrêmes : au cœur de la particule $T_{\text{cœur}} = 1361 \text{ K}$. T_{ext} est la température au niveau du contact entre la source chaude et l'hélium dans l'échangeur $\Rightarrow T_{\text{ext}} = T_3 = 1302 \text{ K}$.

$$\text{D'où : } \phi_{th} = \frac{T_{\text{cœur}} - T_3}{R_{theq}}$$

3. Nombre de particules triso.

Pour obtenir la puissance thermique de la source chaude nécessaire au fonctionnement du cycle il faut un nombre de particules triso :

$$N = \frac{P_{th}}{\phi_{th}} = P_{th} \cdot \frac{R_{theq}}{T_{\text{cœur}} - T_3} = 704 \cdot 10^6 \cdot \frac{186,5}{1361 - 1302} = \mathbf{2,2 \cdot 10^9 \text{ particules triso.}}$$

Précision du résultat en supposant que les estimations des rayons des couches sont les

seules sources d'erreur $\Rightarrow \frac{u(N)}{N} = \frac{u(R_{theq})}{R_{theq}} = \frac{23,2}{186,5} = \mathbf{0,124 (12 \%)}$

Grille d'évaluation : centrale nucléaire à particule triso

+	-
---	---

Analyser et s'appropriier le problème (5 points)			
Savoir exploiter les informations	P et rendement => P_{th} document sur la particule triso => ϕ_{th} débit => $q_{23} = > T_3 = T_{ext\ particule}$ (équilibre thermique)		
Savoir choisir les domaines de concepts physiques et les notions utiles	Transfert thermique par conduction. Thermodynamique des gaz Machines thermiques		
Savoir poser un problème	Exploiter le cycle pour obtenir T_3 et P_{th} de la centrale Exploiter la conduction thermique pour obtenir le flux thermique d'une particule Rapport = nb de particules		
Mise en place d'une stratégie de résolution (8 points)			
Construire un modèle	Modèle de conduction de Fourier à symétrie sphérique Hélium assimilé à un G.P. dans le cycle		
Introduire les paramètres physiques pertinents	Température de la source chaude T_3 Rendement d'un cycle moteur P_{th} de la source chaude Transfert thermique massique q_{23} Flux thermique de la particule ϕ_{th} Résistance thermique équivalente Températures T_{coeur} et T_{ext}		
Introduire des simplifications pertinentes	Régime permanent Equilibre thermique source-hélium en sortie des échangeurs		
Maîtriser les lois physiques et leurs domaines d'application	Loi de Laplace (ad. Rev, GP, γ ct) 1 ^{er} principe pour un cycle Loi de Fourier en régime permanent Loi intégrale ; résistance thermique		
Choix et maîtrise des outils mathématiques	Utilisation de la loi de Laplace Ecriture du premier principe sous forme intégrale Intégration de la loi de Fourier		
Savoir réaliser efficacement les calculs analytiques et l'application numérique	Calcul de T_3 Calcul des R_{th} Calcul de ϕ_{th} Calcul du nb de particules		
Faire une analyse critique de la démarche (3 points)			
Critique du modèle	Irréversibilité lors de la compression et la détente non prise en compte Equilibre thermique pas forcément atteint en sortie des échangeurs (durée de l'échange thermique à prendre en compte)		
Interagir et communiquer (4 points)			
	Clarté de l'exposé.		
	Capacité de réponse aux questions de l'examinateur.		
	Capacité d'écoute		
	Capacité d'exploitation des informations et documents fournis par l'examinateur.		

