

Chute d'escalade

En escalade, plusieurs critères permettent d'évaluer la sévérité d'une chute. On définit la force de choc, la force responsable de l'allongement a de la corde (voir Figure 1). Cette valeur dépend du choix de la corde. Les normes imposent que la force de choc ne dépasse pas 12 kN pour la chute d'un grimpeur de 80 kg. Au-delà, il y a risque de rupture du bassin.

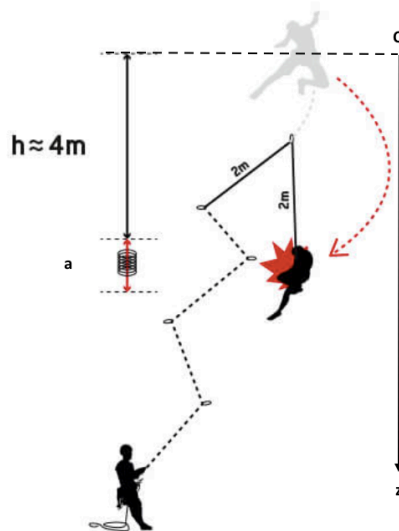


Figure 1 – chute d'escalade

h : longueur à partir de laquelle la corde se tend

Question simple

Tracer l'évolution de l'énergie potentielle au cours de la chute en fonction de la coordonnée de position z . Exprimer la position d'équilibre.

Question ouverte

On étudie la chute d'un grimpeur de 80 kg grim pant avec une corde de constante de raideur égale à $10 \text{ kN} \cdot \text{kg}^{-1}$. La personne a-t-elle choisi la bonne corde ?

Correction

Question simple

Système : homme assimilé à un point matériel de masse m

Axe : (Oz) descendant

Phase 1 : chute libre de $z = 0$ à $z = h$

Le système est soumis à son poids, force conservative

$$E_p = E_{p,pes} = -mgz$$

Phase 2 : oscillations de $z = h$ à $z = h+a$

Le système est soumis à son poids et à la force de rappel de la corde, forces conservatives

$$E_p = E_{p,pes} + E_{p,el} = -mgz + \frac{1}{2}k(z-h)^2$$

Position d'équilibre

$$\begin{aligned}\frac{dE_p(z)}{dz} &= -mg + k(z-h) \\ \left(\frac{dE_p(z)}{dz}\right)_{z=z_{eq}} &= 0 \\ z_{eq} &= \frac{mg}{k} + h\end{aligned}$$

AN (pour ODG) : $mg/k = 0,08 \text{ m}$

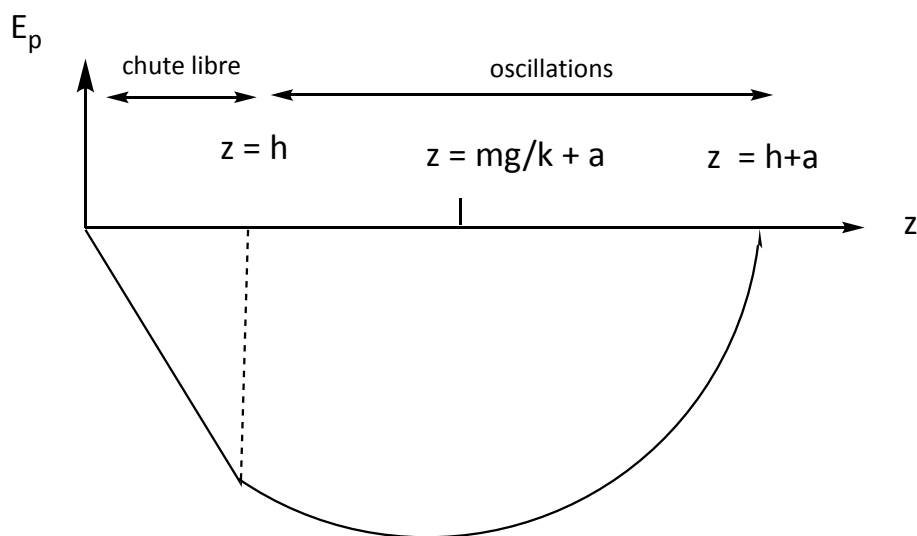
En $z = 0$, $E_p(0) = E_c(0) = 0$ donc $E_m(0) = 0$

En $z = h+a$, la vitesse est nulle. Par conservation de l'énergie mécanique, $E_p(h+a) = 0$

$$E_p(h+a) = -mg(h+a) + \frac{1}{2}k(a)^2 = 0$$

La résolution du trinôme du second degré en a donne a

Courbe (moche)



Question ouverte

La force de choc est la force de rappel du ressort. En norme $F_{\text{choc}} = k \cdot a$. Il faut déterminer l'allongement a .

En $z = 0$

- $E_p(0) = E_{p,\text{pes}}(0) = \text{cste assimilée à } 0$
- $E_c(0) = 0$ (pas de vitesse initiale)
- $E_m(0) = E_m = 0$

En $z = h$ (inutile)

- $E_p(h) = E_{p,\text{pes}}(h) = -mgh$
- $E_c(h) = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2$
- $E_m(h) = E_m = 0$
- On en déduit $v_{\text{max}}^2 = 2gh$

AN (pour ODG):

$$h = FxL = 1,8 \times (1 + 1) = 3,6 \text{ m}$$

$$v_{\text{max}} = 8,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ soit } 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

En $z = h+a$

- $E_p(h+a) = -mg(h+a) + \frac{1}{2} ka^2$
- $E_c(h+a) = 0$
- $E_m(h+a) = 0$

On en déduit le trinôme du second degré :

$$a^2 - \frac{2mg}{k}a - \frac{2mgh}{k} = 0$$

La résolution donne : $a = \frac{mg}{k} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2hk}{mg}} \right)$.

En retenant un allongement positif :

$$\text{Ainsi } F_{\text{choc}} = k \cdot a = mg \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2hk}{mg}} \right)$$

AN :

$$a = 80 \times \frac{9,81}{10 \times 10^3} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 3,6 \times 10 \times 10^3}{80 \times 9,81}} \right)$$

$$a = 0,83 \text{ m}$$

$$F_{\text{choc}} = 80 \times 9,81 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 3,6 \times 10 \times 10^3}{80 \times 9,81}} \right)$$

$$F_{\text{choc}} = 8,3 \text{ kN}$$

Il n'y a pas de rupture du bassin lors de la chute

RQ :

$$z_{\text{eq}} = h + mg/k = 3,6 + 0,08 = 3,68 \text{ m}$$

$$z_{\text{max}} = h + a = 3,6 + 0,8 = 4,4 \text{ m}$$

Ces ODG semble OK

Questions posées par l'examineur

- Tracer $E_m(z)$ et $E_c(z)$ sur le schéma de la question simple
- Identifier les trois points intéressants pour la question ouverte et évaluer E_c , E_p et E_m
- Déterminer la vitesse maximale atteinte
- Déterminer l'altitude pour laquelle l'élongation est maximale