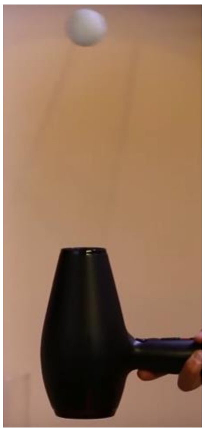
<u>**Lévitation d'une balle de ping-pong**</u>

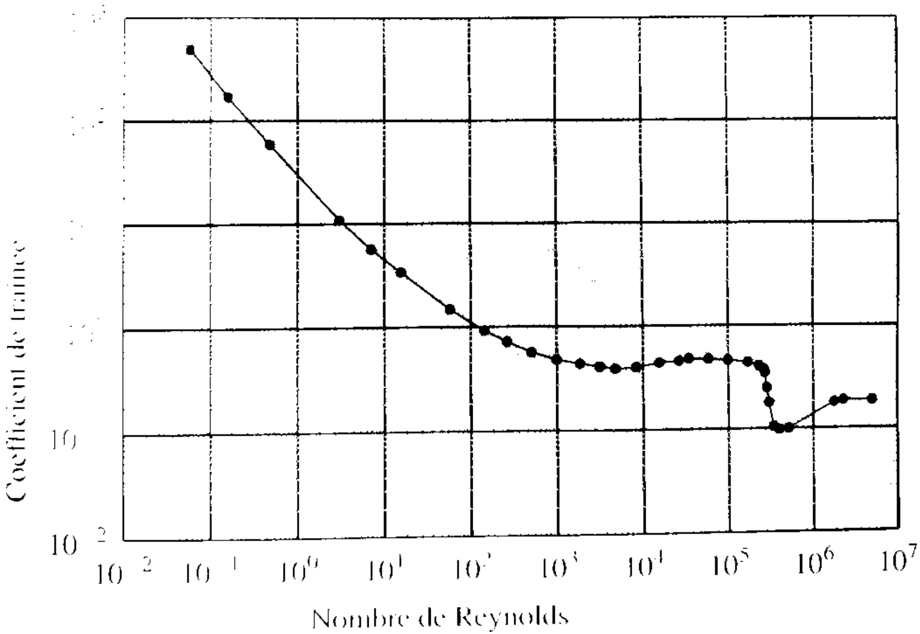


Question simple

A l'aide d'un sèche-cheveux on fait léviter une balle de ping-pong au-dessus de l'appareil. L'écoulement est-il turbulent ? Que peut-on conclure sur la force de frottement fluide ? On prendra pour nombre de Reynolds critique la valeur de 2000.

Données :

Composition de l'air : 20 % O_2 (32 g·mol^{-1}) et 80 % N_2 (28 g·mol^{-1})
Capacité thermique massique de l'air : c = 0,9 kJ·K^{-1}kg^{-1}
Pression atmosphérique : P_{atm} = 1,013 bar
Constante des gaz parfaits : R = 8,31 J.K^{-1}.mol^{-1}
Viscosité dynamique de l'air : $\eta = 1{,}8.10^{-5}\ Pl$
Diamètre de sortie du sèche-cheveux : 5 cm
Hauteur du sèche-cheveux : 20 cm
Débit du sèche-cheveux : D_v = 80 m^3·h^{-1}
Température en sortie du sèche-cheveux : 90 °C
Température en entrée du sèche-cheveux : 30 °C
Masse de la balle de ping-pong : 2,7 g
Diamètre de la balle de ping-pong : 40 mm
Coefficient de trainée d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds :



Question ouverte

Estimer la puissance minimale du sèche-cheveux pour que la lévitation de la balle soit possible

Correction :

Question simple

Nombre de Reynolds : $R_e = \frac{U \times L \times \rho}{\eta}$

La longueur caractéristique de l'écoulement correspond au diamètre de la balle : L $= 4\ cm$

La vitesse caractéristique U de l'écoulement peut être estimée à partir du débit : $D_v = U \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Longrightarrow U = \frac{D_v}{\pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2}$ avec $d = 5\ cm$, si on estime que la vitesse de l'écoulement autour de la balle correspond à la vitesse du fluide en sortie du sèche-cheveux.

$D_v = 80\ \ m^3 \cdot h^{-1} = \frac{80}{3600} = 2{,}2 \times 10^{-2}\ m^3 \cdot s^{-1}$ Le calcul donne : $U = 11{,}3\ m \cdot s^{-1}$

En assimilant l'air à un gaz parfait : $\rho = \frac{P_0 M_{air}}{RT}$

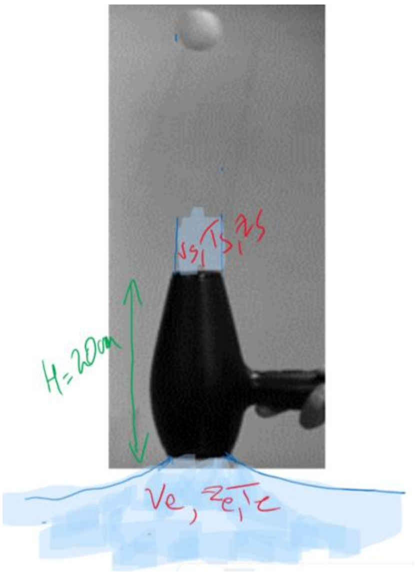
avec : $T = 30\ °C = 303\ K$ $P_{atm} = 1{,}013 \times 10^5\ Pa$ $M_{air} = 0{,}2\ M(O_2) + 0{,}8\ M(N_2) = 29\ \times 10^{-3}\ kg \cdot mol^{-1} \Longrightarrow \rho = 1{,}17\ kg \cdot m^{-3}$

Au final : $R_e = 2{,}9\ \times 10^4 > 2000$ l'écoulement est donc turbulent autour de la balle de ping-pong

Régime de Newton $\Longrightarrow$ les frottements fluides autour de la sphère peuvent être modélisés par une force selon un modèle quadratique : $\overrightarrow{F_T} = -\frac{1}{2}\ \rho S C_x v \vec{v}$ où $\vec{v}$ correspond à la vitesse de la balle dans un fluide au repos ou à l'opposé de la vitesse du fluide avec une balle au repos comme ici ($\vec{v} = -\vec{U}$). Par ailleurs, on lit sur le graphe donnant C_x en fonction de R_e pour ce régime : $C_x \approx 0{,}4$.

Question ouverte :

Système fluide : tube de courant dans le sèche-cheveux



Il s'agit d'un système ouvert, avec une entrée et une sortie. En supposant le régime stationnaire, le premier principe industriel donne : $D_m \left[h + e_c + e_p\right]_e^s = P_{sèche-cheveux}$ avec $D_m = cst$

On calcule $\rho_e = \frac{P_0 M_{air}}{RT_e} = 1{,}17\ kg \cdot m^{-3}$ et $\rho_s = \frac{P_0 M_{air}}{RT_s} = 0{,}97\ kg \cdot m^{-3}$

Dans une approximation raisonnable, on peut considérer $\rho_e \approx \rho_s = 1\ kg \cdot m^{-3} \Longrightarrow \rho \approx cst \Longrightarrow D_v = v \times S = \frac{D_m}{\rho} \approx cst$

Donc, en entrée, on peut supposer : $v_e = 0$ (section grande et $D_v = cst \Longrightarrow v_e \ll v_s$) et en sortie : $\Longrightarrow \Delta e_c = \frac{1}{2} {v_s}^2$

$\Delta h = c_p \times (T_s - T_e)$

$\Delta e_p = gH$ où $H = 20\ cm$

On en déduit : $\rho D_v \times \left(c_p \times (T_s - T_e) + gH + \frac{1}{2}{v_s}^2\right) = P_{sèche-cheveux}$

Il faut calculer la vitesse de sortie minimale du fluide en sortie du sèche-cheveux pour que la balle lévite.

Cette vitesse doit au minimum être égale à la vitesse de d'écoulement du fluide au niveau de la balle lorsque celle-ci lévite (le tube de courant s'élargissant au niveau de la balle, la vitesse du fluide en sortie du sèche-cheveux doit en réalité en être supérieure). Déterminons cette vitesse v_{min}.

Référentiel : terrestre supposé galiléen
Système : la balle assimilée à un point matériel de masse m
Bilan des forces (axe (Oz) ascendant) :

- Poids : $\vec{P} = -mg\,\overrightarrow{u_z}$
- Poussée d'Archimède de l'air négligée : $\vec{\Pi} = m_{air} g\,\overrightarrow{u_z}$ négligée
- Force de trainée : $\overrightarrow{F_T} = \frac{1}{2}\rho S C_x\, {v_{min}}^2\,\overrightarrow{u_z}$ où v_{min} est la vitesse de l'air autour de la balle

  PFD sur le système immobile : $\vec{P} + \overrightarrow{F_T} = \vec{0}$

  En projection sur l'axe (Oz) : $mg = \frac{1}{2}\rho S C_x\, {v_{min}}^2$

  Il vient : $v_{min} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho S C_x}}$ AN : $v_{min} = \sqrt{\frac{2 \times 2{,}7 \times 10^{-3} \times 9{,}81}{1{,}16 \times \pi \times (2 \times 10^{-2})^2 \times 0{,}4}} = 9{,}5\ m \cdot s^{-1}$

Donc la vitesse du fluide en écoulement selon ce modèle en sortie du sèche-cheveux doit au minimum être égale à :

$$v_s = v_{min} = 9{,}5\ m \cdot s^{-1}$$

$$P_{sèche-cheveux} = \rho D_v \times \left(c_p \times (T_s - T_e) + gH + \frac{1}{2}{v_s}^2\right) = 1190\ W$$

Donc, selon ce modèle simple (hypothèses à discuter), il faut une puissance minimale de 1190 W pour le sèche-cheveux.

Remarque : la hauteur de lévitation dépend de la forme du tube de courant à la sortie du sèche-cheveux