Expérience de Stokes

En 1851, George Gabriel Stokes (1819-1903), après avoir étudié le mouvement de pendule dans différents fluides propose ce qui va devenir la loi de Stokes. Cette loi donne la force de traînée hydrodynamique s'exerçant sur une sphère en déplacement dans un fluide à bas nombre de Reynolds (très inférieur à 1) et si la sphère est suffisamment loin de tout autre corps, de tout obstacle ou paroi latérale (on considère une paroi éloignée d'au moins dix fois le rayon de la sphère). Dans ce cas, la force de traînée hydrodynamique s'écrit :

$$\vec{\boldsymbol{F}} = -6\boldsymbol{\pi\eta R}\vec{\boldsymbol{V}}$$

où η est la viscosité dynamique du fluide (en Pa s), R le rayon de la sphère et $\vec{V}$ la vitesse de la sphère. Cette loi a permis par la suite la détermination de grandeurs fondamentales, telles que la charge d'un électron, le nombre d'Avogadro ou encore la constante de Boltzmann.

Question simple

Données :	Viscosité de l'eau à 20°C	$\eta = 1{,}0 \times 10^{-3}\ Pa \cdot s$ à 20°C
	Masse volumique de l'eau	$\mu_0 = 1{,}0\ \times 10^3\ kg \cdot m^{-3}$
	Masse volumique de la bille	$\mu_b = 2{,}6\ \times 10^3\ kg \cdot m^{-3}$
	Rayon de la bille	$R = 1{,}0\ \mu m$

1) Etablir l'équation différentielle de la vitesse d'une bille sphérique lâchée dans la colonne d'eau de hauteur $H_0 = 30\ cm$ sans vitesse initiale dans le régime de Stokes. On fera apparaître un temps caractéristique τ dont on donnera l'expression et la valeur numérique.

2) Résoudre l'équation différentielle et donner l'expression de la vitesse de la bille fonction du temps.

3) Donner l'expression de la vitesse limite atteinte par la bille. Réalisez l'application numérique.

Question ouverte

1) On souhaite déterminer le rayon moyen de particules d'argiles dont la masse volumique est : $\mu_{argile} = 1{,}5\ \times 10^3\ kg \cdot m^{-3}$. On indique que le rayon de ces particules est au plus d'1,0 μm. Dans ce but, celles-ci sont abandonnées, à $\theta_0 = 25°C$, dans une colonne d'eau cylindrique de hauteur $H_0 = 30\ cm$ et de rayon $R_0 = 4{,}0\ cm$. Un régime stationnaire est rapidement atteint. Des techniques optiques permettent de mesurer la concentration en argiles (exprimée en $particules \cdot m^{-3}$) à différentes hauteurs depuis la base de la colonne d'eau. On constate que $C(z = 0) = 2 \times C(z = 2\ cm)$ en prenant un axe Oz vertical ascendant avec l'origine au fond du récipient.

Déterminer le rayon $\boldsymbol{R}$ des particules d'argile

2) La colonne d'eau, initialement à la température $\theta_0 = 25°C$, est à présent laissée pendant 4h exposée au rayonnement lumineux solaire.

Les particules d'argile sont-elles déplacées dans la colonne d'eau ?

Document 1 : Coefficient de diffusion

Le loi de Sokes-Einstein donne le coefficient de diffusion en $m^2 \cdot s^{-1}$ d'une sphère de rayon R dans un liquide de viscosité η à une température T :

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta R}$$

Où $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$ est la constante de Boltzmann

Document 2 : Loi de Stefan-Boltzmann

Loi de Stefan-Boltzmann donnant le flux radiatif émis par unité de surface d'un corps noir en fonction de sa température : $\Phi_{rad} = \sigma T^4$ où $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ est la constante de Stefan-Boltzmann

Document 3 : Données

Température à la surface du Soleil :	$T_{Soleil} = 5778\ K$
Rayon du Soleil :	$R_{Soleil} = 6{,}86\ \times 10^5\ km$
Distance Terre-Soleil :	$D_{Terre-Soleil} = 149{,}6\ \times 10^6\ km$
Capacité thermique massique de l'eau liquide	$c = 4180\ kJ \cdot\ kg^{-1} \cdot K^{-1}$