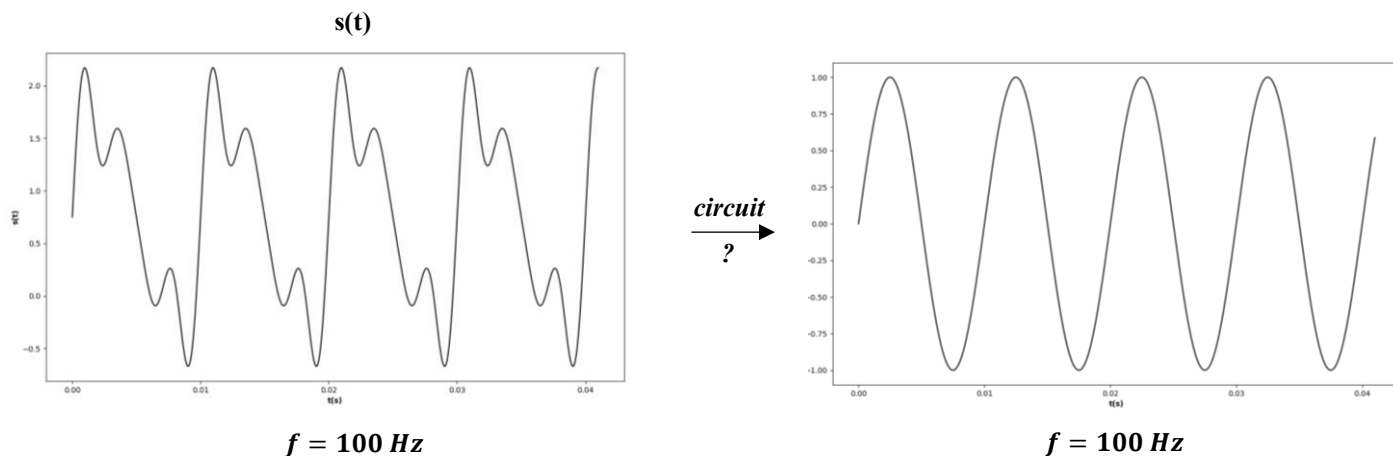


Chapitre 1 : Filtrage linéaire d'un signal

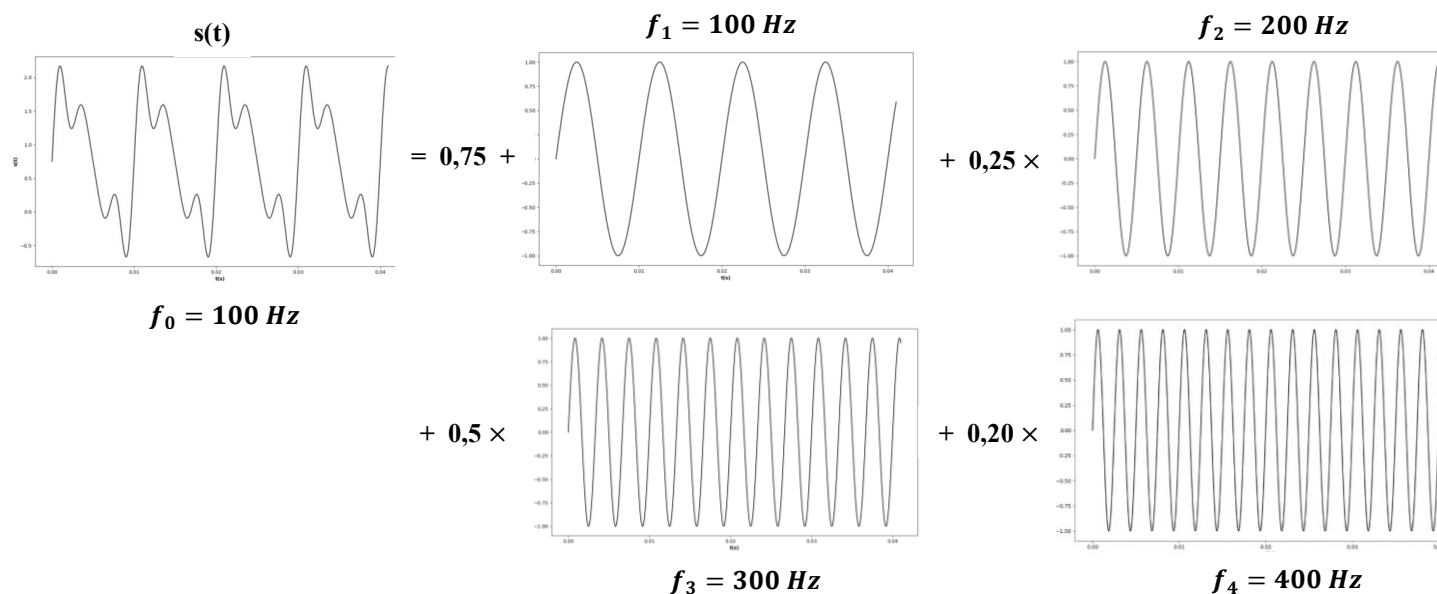
Introduction



I. Spectre d'un signal périodique

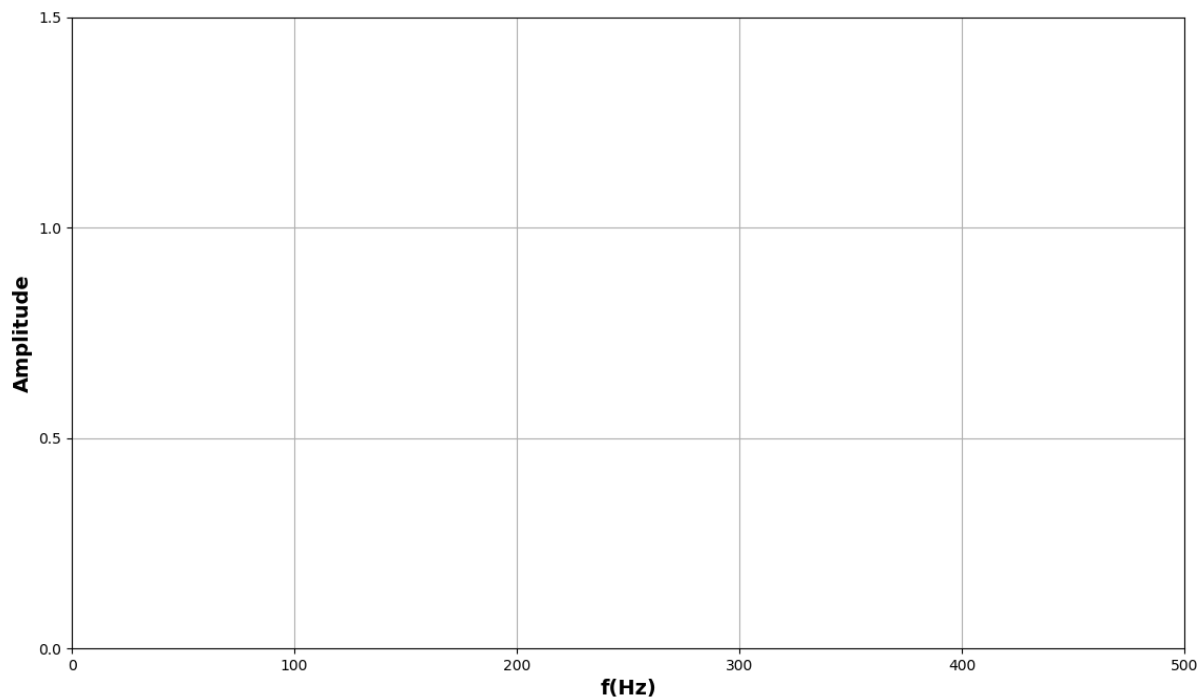
1. Décomposition d'un signal périodique

- Tout signal périodique de fréquence f_1 peut se décomposer comme une somme de fonctions sinusoïdales et éventuellement d'un terme constant : $s(t) = S_{moy} + S_{m1}\cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + S_{m2}\cos(2\pi f_2 t + \varphi_2) + \dots$



- La décomposition peut faire apparaître un **terme constant** qui correspond à la **valeur moyenne** du signal
- La décomposition fait apparaître un signal appelé **fondamental** ou **harmonique de rang 1**. C'est un signal sinusoïdal de même fréquence $f_1 = f_0$ que le signal périodique
- Les sinusoïdes de fréquence plus élevée $f_n = n \times f_0$, sont appelées les **harmoniques de rang n**.

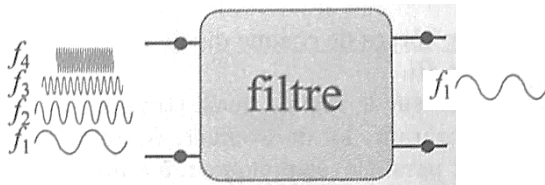
2. Spectre d'un signal périodique



II. Notion de filtrage

1. Définition

Définition : un **filtre linéaire** est un système constitué de **dipôles linéaires** dont l'amplitude du signal de sortie dépend de la pulsation (fréquence) du signal d'entrée.



2. Les différents types de filtre

Exemple :

Donnez les spectres et signaux attendus si le signal $s(t)$ est soumis à un :

1. Filtre passe-bas idéal de fréquence de coupure $f_c = 150 \text{ Hz}$
2. Filtre passe-haut idéal de fréquence de coupure $f_c = 350 \text{ Hz}$
3. Filtre passe-bande idéal de fréquence centrale $f_0 = 200 \text{ Hz}$ et de bande-passante $\Delta f = 50 \text{ Hz}$

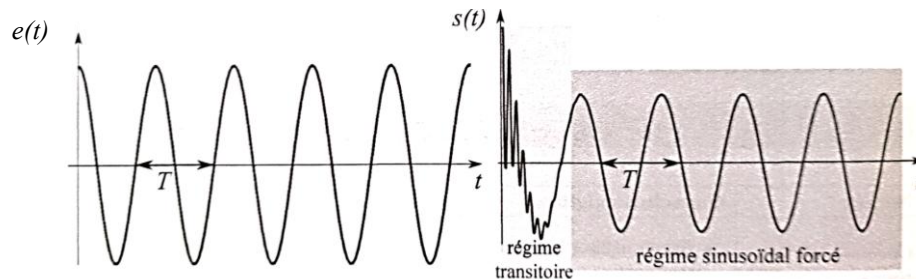
III. Filtre passif d'ordre 1 : application à la réponse du circuit RC à une excitation sinusoïdale

1. Circuit RC – équation différentielle du circuit

2. Notion de régime forcé

- Lors de l'établissement d'un régime sinusoïdal sous l'action d'une source de tension $e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi_E)$ (ou de courant), φ_E étant généralement pris égal à 0, **il apparaît dans le circuit un régime transitoire qui disparaît très vite.**

Après ne reste plus, pour tous les intensités et les tensions du circuit ($s(t)$) vont évoluer selon une allure sinusoïdale **de même fréquence f , et de même pulsation $\omega = 2\pi f$, que la source** : c'est le **REGIME SINUSOÏDAL FORCÉ (RSF).**



Toutes les intensités et les tensions du circuit s'écrivent alors sous la forme :

$s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi)$, où S_m est **l'amplitude du signal** et φ le **déphasage** (phase à l'origine) du signal.

- Rappel :** L'amplitude du signal sinusoïdal (lue sur un oscillogramme) est reliée à sa valeur efficace (mesurée avec un multimètre) par la relation :

$$S_{eff} = \frac{S_m}{\sqrt{2}}$$

3. Utilisation de la notation complexe

- Grandeur REELLE $\Rightarrow$ Grandeur COMPLEXE :**

$$s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow \underline{s} = S_m e^{j(\omega t + \varphi)} = \underline{S_m} e^{j\omega t} \text{ où } \underline{S_m} = S_m e^{j\varphi} \text{ correspond à l'amplitude complexe.}$$

Exemple :

$$e(t) = E_m \cos(\omega t)$$

$$\underline{e} =$$

$$\underline{E_m} =$$

$$u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$\underline{u_c} =$$

$$\underline{U_{cm}} =$$

- Grandeur COMPLEXE $\Rightarrow$ Grandeur REELLE :**

$$S_m = |\underline{s}| = |\underline{S_m}|$$

$$\varphi = \arg(\underline{S_m})$$

- Déphasage d'un signal $s_1(t)$ par rapport à un signal $s_2(t)$:**

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \arg\left(\frac{\underline{s_1}}{\underline{s_2}}\right) = \arg\left(\frac{\underline{S_{m1}}}{\underline{S_{m2}}}\right) = \arg(\underline{s_1}) - \arg(\underline{s_2}) = \arg(\underline{S_{m1}}) - \arg(\underline{S_{m2}})$$

- Les lois sur les dipôles R et C ainsi que les lois de Kirchhoff (loi des mailles / loi des nœuds) restent valables avec les grandeurs complexes.**

4. Circuit RC – résolution de l'équation différentielle du circuit en utilisant les notations complexes

5. Fonction de transfert $\underline{H}$

Définition : La fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre correspond au rapport :

$$\underline{H} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$$

Circuit RC :

6. Gain $G = |\underline{H}|$

Définition : Le module de la fonction de transfert, noté G , est appelé **gain du filtre** :

$$G = |\underline{H}| = \left| \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} \right| = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{U_{s,eff}}{U_{e,eff}}$$

La courbe représentant le gain G en fonction de la pulsation ω ou de la fréquence f correspond à la **courbe de réponse en gain**

Circuit RC :

7. Déphasage $\varphi = \arg(\underline{H})$

Définition : Le déphasage entre les signaux d'entrée et de sortie, noté φ , correspond à l'argument de la fonction de transfert :

$$\varphi = \varphi_s - \varphi_e = \arg(\underline{H})$$

La courbe représentant le déphasage φ en fonction de la pulsation ω ou de la fréquence f correspond à la **courbe de réponse en phase**

Circuit RC :

8. Fréquence de coupure f_c

Définition : la fréquence de coupure f_c d'un filtre est définie par : $G(f_c) = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}}$

$\omega_c = 2\pi f_c$ correspond à la **pulsation de coupure** ; on a aussi $G(\omega_c) = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}}$

Circuit RC :

9. Bande-passante Δf

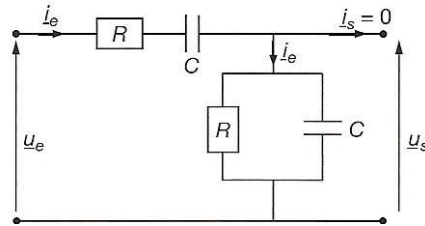
Définition : La **bande-passante** (en fréquences) d'un filtre est l'intervalle de fréquences satisfaisant à :

$$\frac{G_{max}}{\sqrt{2}} \leq G(f) \leq G_{max}$$

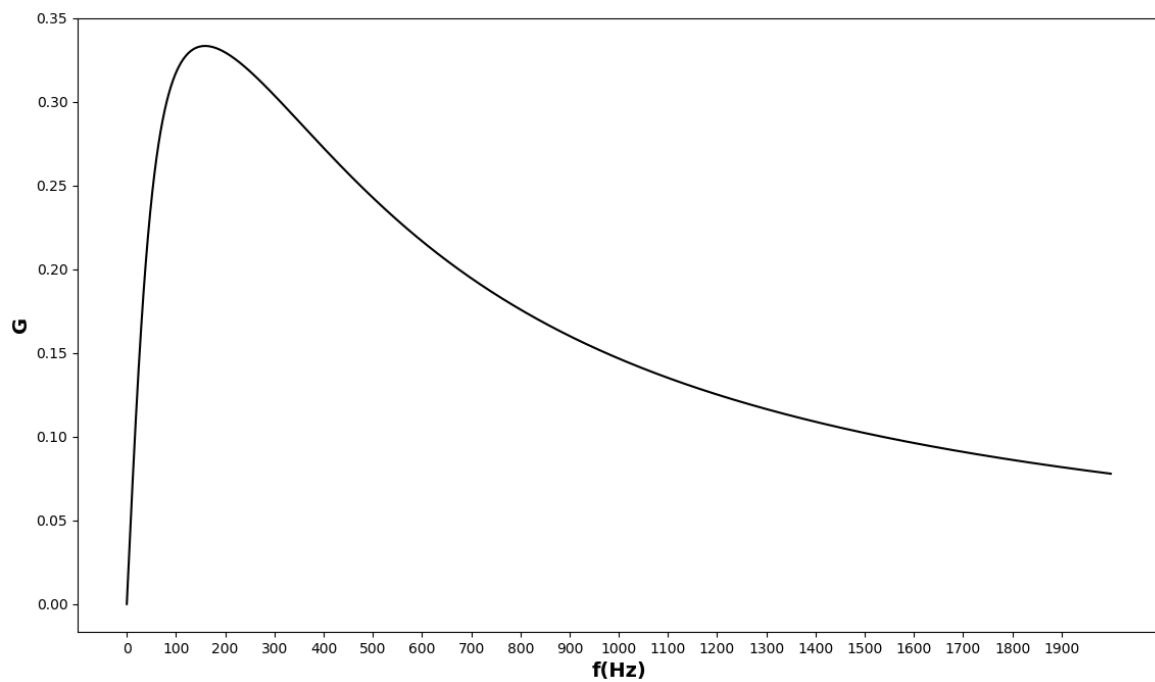
Circuit RC :

IV. Filtre passif d'ordre supérieur à 1

Soit le circuit ci-contre avec $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ et $C = 1,0 \text{ }\mu\text{F}$:



La courbe de réponse en gain est donnée ci-dessous.



Nature du filtre :

La fonction de transfert de ce filtre s'écrit : $\underline{H} = \frac{1}{3+j\left(x-\frac{1}{x}\right)}$ avec $x = RC\omega$. Cette expression confirme-t-elle la nature du filtre ?

Bande-passante :

Les questions à se poser à l'issue de ce chapitre***Spectre d'un signal periodique***

- Est-ce que je sais passer d'un spectre d'un signal périodique à son expression mathématique et inversement ?

Régime sinusoïdal forcé et notation complexe

- Est-ce que je sais à quoi correspond un régime sinusoïdal forcé ?
- Est-ce que je sais passer de l'expression mathématique d'un signal sinusoïdal à son expression sous forme complexe ?
- Est-ce que je sais exprimer la dérivée et la dérivée seconde d'un signal sous forme complexe ?

Filtre

- Est-ce que je connais la fonction d'un filtre ?
- Est-ce que je connais la nature de différents types de filtre ?
- Est-ce que je connais les outils (lois de Kirchhoff et lois sur les dipôles R et C) pour résoudre un circuit en notation complexe ?
- Est-ce que je sais à quoi correspond une fonction de transfert ?
- Est-ce que je sais passer à la réponse en gain et en phase à partir de la fonction de transfert ?
- Est-ce que je sais donner l'allure de la réponse en gain et en phase à partir de leur expression ?
- Est-ce que je connais la définition de la fréquence de coupure ? de la bande-passante d'un filtre ?