Moteur de Beau de Rochas - Correction

1. **<u>Système d'étude</u>** : Gaz parfait

   <u>$B \longrightarrow C$:</u>

   1er principe : $\Delta U_{BC} = \mathrm{W}_{BC} + \mathrm{Q}_{BC}$
   Avec $\mathrm{W}_{BC} = 0$, la transformation $B \longrightarrow C$ étant isochore
   Et d'après la 1ère loi de Joule, appliquée aux gaz parfaits : $\Delta U_{BC} = n\frac{R}{\gamma-1} \times (T_C - T_B)$

   $$\Rightarrow \mathbf{Q}_{BC} = n\frac{R}{\gamma-1} \times (T_C - T_B)$$

   Loi des gaz parfaits en C : $P_C V_C = nRT_C$ en B : $P_B V_B = nRT_B$
   $\Rightarrow T_C = \frac{P_C V_C}{P_B V_B} T_B$ or $V_C = V_B$ et $P_C > P_B$ on en déduit : $T_C > T_B \Rightarrow \mathbf{Q_{BC} > 0}$

   $\boldsymbol{D \longrightarrow A}$: de la même manière, on obtient : $\mathbf{Q}_{DA} = n\frac{R}{\gamma-1} \times (T_A - T_D) < 0$

2. Sur un cycle : $\Delta U = W_{cycle} + Q = 0 \Rightarrow W_{cycle} = -Q = -(\mathrm{Q}_{AB} + \mathrm{Q}_{BC} + \mathrm{Q}_{CD} + \mathrm{Q}_{DA}) = -(\mathrm{Q}_{BC} + \mathrm{Q}_{DA})$

   Car $\mathrm{Q}_{AB} = \mathrm{Q}_{CD} = 0$, les transformations $A \longrightarrow B$ et $C \longrightarrow D$ étant adiabatiques.

   $$\Rightarrow \boldsymbol{W_{cycle} = n\frac{R}{\gamma-1} \times (T_B - T_C + T_D - T_A)}$$

3. $\eta = \frac{-W_{cycle}}{Q_C}$ avec $\boldsymbol{Q_C = \mathbf{Q}_{BC}}$ car $Q_C > 0$ pour un moteur

   $$\Rightarrow \eta = \frac{-n\frac{R}{\gamma-1} \times (T_B - T_C + T_D - T_A)}{n\frac{R}{\gamma-1} \times (T_C - T_B)} \Rightarrow \boldsymbol{\eta = \frac{T_C - T_B + T_A - T_D}{T_C - T_B} = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}}$$

4. L'étape $A \longrightarrow B$ étant adiabatique et réversible, et le gaz étant parfait, on peut appliquer la loi de Laplace donnée :

   $$T_A {V_A}^{\gamma-1} = T_B {V_B}^{\gamma-1} \Rightarrow \boldsymbol{T_A = T_B \times \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}}$$

   De même en raisonnant sur l'étape $C \longrightarrow D$: $\boldsymbol{T_D = T_C \times \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1}}$

5. $$\Rightarrow \eta = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B} = 1 + \frac{T_B \times \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} - T_C \times \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1}}{T_C - T_B} = 1 + \frac{T_B \times \left(\frac{1}{a}\right)^{\gamma-1} - T_C \times \left(\frac{1}{a}\right)^{\gamma-1}}{T_C - T_B}$$

   $$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{(T_C - T_B) \times \left(\frac{1}{a}\right)^{\gamma-1}}{T_C - T_B} = 1 - \left(\frac{1}{a}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \boldsymbol{\eta = 1 - a^{1-\gamma}}$$

   AN : $\boldsymbol{\eta = 0{,}6}$