

## Point méthode : Approche énergétique du mouvement

### I. Quand utiliser le TEC (théorème de l'énergie cinétique) ou le TEM (théorème de l'énergie mécanique ?

L'étude du mouvement d'un point matériel par une approche énergétique est particulièrement utilisée lorsqu'on cherche :

- **Vitesse du point matériel en un point particulier de la trajectoire** (vitesse en début ou en fin de mouvement ; ex : vitesse en fin de chute libre sur une hauteur H)
- **Position particulière du point matériel** (ex : hauteur initiale de chute libre pour atteindre une vitesse donnée en fin de chute libre ; hauteur maximale atteinte pour un tir balistique sans frottement, longueur d'étiirement maximale d'un ressort lors d'oscillations harmoniques, déviation angulaire maximale pour les oscillations harmoniques d'un pendule simple...)
- **Détermination de l'équation différentielle régissant l'évolution de la position du point matériel au cours du temps pour un mouvement à un degré de liberté**

Ces questions peuvent toujours être abordées en utilisant soit le théorème de l'énergie cinétique soit celui de l'énergie mécanique.

### II. Quelles sont les étapes obligatoires pour étude énergétique

1. Définir le référentiel
2. Définir le système étudié
3. Faire le bilan de toutes les forces appliquées au système
4. Se donner un repère avec une origine O et une base orthonormée ( $\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z}$ ).
5. Identifier la nature de la force selon l'une des 3 catégories :
  - a. La force est toujours **orthogonale au déplacement** : son travail est nul, elle n'interviendra pas dans le théorème de l'énergie mécanique.
  - b. La force est **conservative** : elle intervient à travers son énergie potentielle dans l'écriture du théorème de l'énergie mécanique.
    - Dans la pratique vous devez identifier deux : le poids et la force élastique (force de rappel d'un ressort). Vous devez également connaître l'expression de l'énergie potentielle pour ces deux forces (*attention au sens de l'axe (Oz) pour l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur*)
    - Il se peut qu'à l'occasion d'un exercice on introduise une nouvelle force conservative. En BCPST ce sera forcément une force qui ne dépend que d'une seule coordonnée de l'espace (ex : x pour une coordonnée cartésienne, voire r pour une symétrie cylindrique ou sphérique mais ce serait à la limite du programme). Il faut alors déterminer l'expression de l'énergie potentielle associée à cette nouvelle force en utilisant la relation :

$$\vec{F} = - \frac{dE_p}{dx} \vec{e_x}$$

- c. La force est **non conservative** (cas des frottements fluides ou solides) : il faut exprimer son travail ou sa puissance.

### **III. Quels sont les cas d'étude rencontrés ?**

#### **Système conservatif**

##### **1. Détermination d'une grandeur caractéristique**

$$\Delta E_m = \sum_i W(\overrightarrow{F_{nci}}) = \mathbf{0} \Rightarrow E_m = \text{cste}$$

###### **a) Choix de deux points A et B :**

A est un point dont on peut facilement déterminer la valeur de l'énergie mécanique, et le point B, celui qui nous apportera la grandeur inconnue recherchée

- b)  $E_m(A) = E_m(B)$**
- c)  $\Rightarrow$  Grandeur recherchée** (vitesse en un point particulier, longueur maximale d'un ressort...masse de l'objet, constante de raideur du ressort...)

##### **2. Détermination de l'équation différentielle du mouvement**

$$E_m = \text{cst} \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \mathbf{0}$$

###### **a) Choix d'un point M quelconque de la trajectoire**

- b) Expression de  $E_m(M) = E_c(M) + \sum_i E_{pi}(M)$** 
  - pour un mouvement unidimensionnel selon (Ox) par exemple  $E_m$  sera fonction de  $x$  et  $\dot{x}$
  - pour un mouvement circulaire (pendule simple) où la déviation angulaire est notée  $\theta$ ,  $E_m$  sera fonction de  $\theta$  et  $\dot{\theta}$ .
- c)  $E_m = \text{cst} \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \mathbf{0} \Rightarrow$  Equation différentielle du mouvement**

#### **Système non conservatif (cas usuel : une seule force non conservative de frottement)**

##### **1. Détermination d'une grandeur caractéristique**

$$\Delta E_m = W(\overrightarrow{F_{frottement}})$$

Mêmes étapes que pour un système conservatif mais en déterminant  $W(\overrightarrow{F_{frottement}})$

##### **2. Détermination de l'équation différentielle du mouvement**

$$dE_m = \sum_i \delta W(\overrightarrow{F_{nci}}) = \delta W(\overrightarrow{F_{frott}}) \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = P(\overrightarrow{F_{frott}}) = \overrightarrow{F_{nc}} \cdot \vec{v}$$

###### **a) Choix d'un point M quelconque de la trajectoire**

- b) Expression de  $E_m(M) = E_c(M) + \sum_i E_{pi}(M)$** 
  - pour un mouvement unidimensionnel selon (Ox) par exemple  $E_m$  sera fonction de  $x$  et  $\dot{x}$
  - pour un mouvement circulaire (pendule simple) où la déviation angulaire est notée  $\theta$ ,  $E_m$  sera fonction de  $\theta$  et  $\dot{\theta}$ .
- c)  $\frac{dE_m}{dt} = P(\overrightarrow{F_{frott}}) = \overrightarrow{F_{nc}} \cdot \vec{v} \Rightarrow$  Equation différentielle du mouvement**

Remarque :

- pour un mouvement circulaire (pendule simple), seule l'approche énergétique nous permet d'obtenir l'équation du mouvement.
- pour un mouvement décrit par des coordonnées cartésiennes, il est souvent plus simple de déterminer cette équation différentielle du mouvement en appliquant le PFD.