

Problème 1 : Station de transfert d'énergie par pompage (STEP)

1. Avec un axe (Oz) vertical ascendant, la loi de statique des fluides s'écrit : $dP = -\mu_{air} g dz$
2. Équation d'état des gaz parfaits : $PV = nRT_0 = \frac{m}{M_{air}} RT_0 \Rightarrow \mu_{air} = \frac{m}{V} = \frac{PM_{air}}{RT_0}$
 $\Rightarrow dP = -\mu_{air} g dz = -\frac{PM_{air}}{RT_0} g dz \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{M_{air} g}{RT_0} dz \Rightarrow \int_{P_0}^{P(z)} \frac{dP}{P} = -\frac{M_{air} g}{RT_0} \int_0^z dz$
 $\Rightarrow \ln\left(\frac{P(z)}{P_0}\right) = -\frac{M_{air} g}{RT_0} z \Rightarrow P(z) = P_0 \times \exp\left(-\frac{M_{air} g}{RT_0} z\right)$
3. En estimant les altitudes du lac Blanc et du lac Noir sur la carte IGN :
 $z_{LN} \approx 950 \text{ m} \Rightarrow P(z_{LN}) \approx 0,89 \text{ bar}$
 $z_{LB} \approx 1070 \text{ m} \Rightarrow P(z_{LB}) \approx 0,88 \text{ bar}$
4. **Relation de Bernoulli** : $\frac{P_A}{\rho} + \frac{1}{2} v_A^2 + g z_A = \frac{P_B}{\rho} + \frac{1}{2} v_B^2 + g z_B$
Conditions de validité : écoulement stationnaire, incompressible et parfait ; absence de travail utile.
5. A : point à la surface libre du lac Blanc ($z_A = z_{LB} \approx 1070 \text{ m}$)
 B : point en sortie de la conduite au lac Noir ($z_B = z_{LN} \approx 950 \text{ m}$)
Conservation du débit volumique (écoulement stationnaire et incompressible) : $D_v = cst$
 Vitesse uniforme sur les sections d'entrée et de sortie : $v_A S_A = v_B S_B \Rightarrow v_A = v_B \frac{S_B}{S_A}$
 S_B étant la section droite de la conduite et S_A la surface du lac Blanc : $S_B \ll S_A$
 $\Rightarrow v_A \ll v_B$
 Par ailleurs : $P_A = P_B = P_{lac}$
 On en déduit : $\frac{1}{2} v_B^2 + g z_B = g z_A \Rightarrow v_B = \sqrt{2g \times (z_A - z_B)} = \sqrt{2g \times (z_{LB} - z_{LN})}$
 AN : $v_B = 48,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
6. Le régime est à présent quasi-stationnaire mais on considère que les conditions de validité de la relation de Bernoulli restent valables.

$$v_A = v_B \frac{S_B}{S_A} \Rightarrow -\frac{dz}{dt} = \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}{S_{LB}} \sqrt{2g \times (z - z_{LN})} \Rightarrow \frac{dz}{dt} + \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}{S_{LB}} \sqrt{2g \times (z - z_{LN})} = 0$$
7.
$$\frac{dz}{dt} = -\frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}{S_{LB}} \sqrt{2g \times (z - z_{LN})} \Rightarrow \frac{dz}{\sqrt{z - z_{LN}}} = -\frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \sqrt{2g}}{S_{LB}} dt$$

$$\Rightarrow \int_{z_{LB} - h_{LB}}^{z_{LB} - h_{LB}} \frac{dz}{\sqrt{z - z_{LN}}} = -\frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \sqrt{2g}}{S_{LB}} \int_0^T dt \Rightarrow [2\sqrt{z - z_{LN}}]_{z_{LB} - h_{LB}}^{z_{LB} - h_{LB}} = -\frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \sqrt{2g}}{S_{LB}} \times T$$

$$\Rightarrow 2[\sqrt{z_{LB} - h_{LB} - z_{LN}} - \sqrt{z_{LB} - z_{LN}}] = -\frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \sqrt{2g}}{S_{LB}} \times T$$

$$\Rightarrow T = \frac{-2S_{LB}}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \sqrt{2g}} \times [\sqrt{z_{LB} - h_{LB} - z_{LN}} - \sqrt{z_{LB} - z_{LN}}]$$

 AN : $T = 3,0 \times 10^5 \text{ s} = 83 \text{ h} = 3,5 \text{ j}$
8. La durée réelle est plus grande que celle trouvée à la question précédente. On peut remettre en cause les hypothèses du modèle notamment l'utilisation de la relation de Bernoulli qui impose un écoulement stationnaire et parfait.
9. En reprenant la relation de Bernoulli entre le point où apparaissent les bulles de gaz (point C) et la sortie de la conduite (point B) :

$$\frac{P_{sat}}{\rho} + \frac{1}{2} v_C^2 + g \times (z_B + h_{cav}) = \frac{P_{lac}}{\rho} + \frac{1}{2} v_B^2 + g z_B$$

La conservation du débit volumique montre que : $D_v = cst = v_C S_C = v_B S_B$

Or $S_C = S_B \Rightarrow v_C = v_B$

On en déduit :

$$\frac{P_{sat}}{\rho} + g \times (z_B + h_{cav}) = \frac{P_{lac}}{\rho} + g z_B \Rightarrow \frac{P_{sat}}{\rho} + g \times h_{cav} = \frac{P_{lac}}{\rho} \Rightarrow h_{cav} = \frac{P_{lac} - P_{sat}}{\rho g}$$

AN : $h_{cav} = 9,0 \text{ m}$

La différence d'altitude entre les deux lacs étant plus grande que cette valeur, le phénomène de cavitation va se produire selon ce modèle.

10. Pour éviter le phénomène de cavitation, il faudrait mettre un **embout de section plus petite en sortie** que la section de la conduite : $S_C > S_B \Rightarrow v_C < v_B \Rightarrow h_{cav} = \frac{P_{lac} - P_{sat}}{\rho g} + \frac{1}{2g} \times (v_B^2 - v_C^2)$

Et ainsi faire en sorte que $h_{cav} > z_{LB} - z_{LN}$

11. A : point à la surface libre du lac Blanc ($z_A = z_{LB} \approx 950 \text{ m}$)

B : point à la surface libre du lac Noir ($z_B = z_{LN} \approx 1070 \text{ m}$)

$$\mathcal{P} = \rho D_v \times \left[\left(\frac{P_{lac}}{\rho} + g z_{LB} + \frac{1}{2} v_A^2 \right) - \left(\frac{P_{lac}}{\rho} + g z_{LN} + \frac{1}{2} v_B^2 \right) \right]$$

Les points A et B étant à la surface libre des deux lacs, on peut négliger dans cette expression les termes impliquant les vitesses v_A et v_B devant les autres termes.

$$\Rightarrow \mathcal{P} = \rho D_v g \times (z_{lac \text{ Blanc}} - z_{lac \text{ Noir}})$$

AN : $\mathcal{P} = 7,1 \times 10^7 \text{ W} = 71 \text{ MW}$

La puissance réelle est de 55 MW car il existe des frottements mécaniques et fluides.

Problème 2 : Les dunes

$$12. [\|\vec{F}_t\|] = [ma] = \left[m \frac{dv}{dt} \right] = MLT^{-2}$$

$$\left[\frac{\pi}{2} C_x R^\alpha U^\beta \rho^\gamma \right] = [R^\alpha U^\beta \rho^\gamma] = L^\alpha \times (LT^{-1})^\beta \times (ML^{-3})^\gamma = M^\gamma L^{\alpha+\beta-3\gamma} T^{-\beta}$$

$$\text{On en déduit : } MLT^{-2} = M^\gamma L^{\alpha+\beta-3\gamma} T^{-\beta}$$

L'identification des deux relations précédentes donne : $\gamma = 1 ; \beta = 2 ; \alpha = 2$

$$\Rightarrow \|\vec{F}_t\| = \frac{\pi}{2} C_x R^2 U^2 \rho$$

$$13. \|\vec{F}_t\| = \frac{\pi}{2} C_x R^2 U^2 \rho = 6\pi\eta R U \Rightarrow C_x = \frac{12\eta}{RU\rho} = \frac{24\eta}{(2R) \times U \times \rho} = \frac{24}{R_e}$$

$$\Rightarrow \log C_x = \log \left(\frac{24}{R_e} \right) = -\log(R_e) + \log 24$$

Par lecture graphique :

Point A : $C_x(A) \approx 250$ $R_e(A) = 0,1$

Point B : $C_x(B) \approx 30$ $R_e(B) = 0,9$

En posant $\log C_x = a \log(R_e) + b$, on a $a = \frac{\log C_x(B) - \log C_x(A)}{\log R_e(B) - \log R_e(A)} = \frac{\log 30 - \log 250}{\log 0,9 - \log 0,1} \approx -1,0$

Et $b = \log C_x(B) - a \log R_e(B) \approx 1,4 = \log 24$

Graphiquement, la représentation de $\log C_x$ en fonction de $\log(R_e)$ donne bien une droite de coefficient directeur égale à $-1,0$ et d'ordonnée à l'origine égale à $\log 24$.

14. Si $R_e > 10^3$, graphiquement on peut lire que **le coefficient de traînée est quasiment constant** : $0,4 \leq C_x \leq 0,6$

La traînée s'exprime alors : $\vec{F}_t = \frac{\pi}{2} C_x R^2 \rho U \vec{U}$

15. $R_e = \frac{\rho d U}{\eta}$ avec $d = 300 \times 10^{-6} \text{ m}$ AN : $R_e = \frac{1,1 \times 300 \times 10^{-6} \times \left(\frac{50000}{3600}\right)}{1,8 \times 10^{-5}} = 2,5 \times 10^2 \Rightarrow C_x \approx 0,9$

16. Les forces dirigées suivant la verticale sont $\vec{F}_p$ et $\vec{P}$.

Les grains vont retomber si $\|\vec{F}_p\| < \|\vec{P}\| \Rightarrow k \|\vec{F}_t\| < \|\vec{P}\| \Rightarrow k \frac{1}{2} C_x \rho \pi R^2 U^2 < m g$

$\Rightarrow m > k \frac{1}{2g} C_x \rho \pi R^2 U^2$ AN : $m > m_{lim} = 6,6 \times 10^{-6} \text{ kg} = 6,6 \text{ mg}$

17. $m_{grain} = \rho_{grain} V_{grain} = \rho_{grain} \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 = 4 \times 10^{-8} \text{ kg} < m_{lim}$: les grains de la dune sont donc, selon ce modèle emportés par le vent et ne retombent pas derrière la dune.

18. **Référentiel** : terrestre supposé galiléen

Système : système fermé (*) s'appuyant sur le système ouvert correspondant à la couche de fluide d'épaisseur dy et de surface S

Principe fondamental de la dynamique : $\frac{d\vec{p}^*}{dt} = \vec{F}_{ext}$

$\vec{p}^*(t + dt) = \vec{p}(t + dt) + \vec{p}_s$

$\vec{p}^*(t) = \vec{p}(t) + \vec{p}_e$

$\Rightarrow \vec{p}^*(t + dt) - \vec{p}^*(t) = \vec{p}(t + dt) - \vec{p}(t) + \vec{p}_s - \vec{p}_e$

$\Rightarrow d\vec{p}^* = d\vec{p} + \vec{p}_s - \vec{p}_e = d\vec{p} + \delta m_s \vec{v}_s - \delta m_e \vec{v}_e$

$\Rightarrow \frac{d\vec{p}^*}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{\delta m_s}{dt} \vec{v}_s - \frac{\delta m_e}{dt} \vec{v}_e = \frac{d\vec{p}}{dt} + D_{ms} \vec{v}_s - D_{me} \vec{v}_e$

Ecoulement stationnaire : $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$ et $D_{ms} = D_{me} = D_m$

$\Rightarrow \frac{d\vec{p}^*}{dt} = D_m \times (\vec{v}_s - \vec{v}_e)$

Ecoulement stationnaire, unidirectionnel et laminaire plan : $\vec{v}(M) = v_x(y) \vec{u}_x \Rightarrow \vec{v}_s = \vec{v}_e$

$\Rightarrow \frac{d\vec{p}^*}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

19. La couche de fluide est soumise aux forces suivantes :

— Poids : $\vec{P}$

— Forces pressantes : $\vec{F}_p = \vec{F}_{p,haut} + \vec{F}_{p,bas} + \vec{F}_{p,amont} + \vec{F}_{p,aval}$

— Forces de viscosité : $\vec{F}_v = \vec{F}_{v,supérieure} + \vec{F}_{v,inférieure} = +\eta \left(\frac{dv_x}{dy}\right)_{y+dy} S \vec{u}_x - \eta \left(\frac{dv_x}{dy}\right)_y S \vec{u}_x$

$\Rightarrow \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{F}_{p,haut} + \vec{F}_{p,bas} + \vec{F}_{p,amont} + \vec{F}_{p,aval} + \vec{F}_{v,supérieure} + \vec{F}_{v,inférieure} = \vec{0}$

Sachant que $\vec{F}_{p,amont} = -\vec{F}_{p,aval}$, la pression ne dépendant que de y , et que $\vec{F}_{p,haut}$, $\vec{F}_{p,bas}$ et $\vec{P}$ sont dirigées suivant (Oy), le bilan des forces sur l'axe (Ox) s'écrit alors :

$\eta \left(\frac{dv_x}{dy}\right)_{y+dy} S - \eta \left(\frac{dv_x}{dy}\right)_y S = 0$

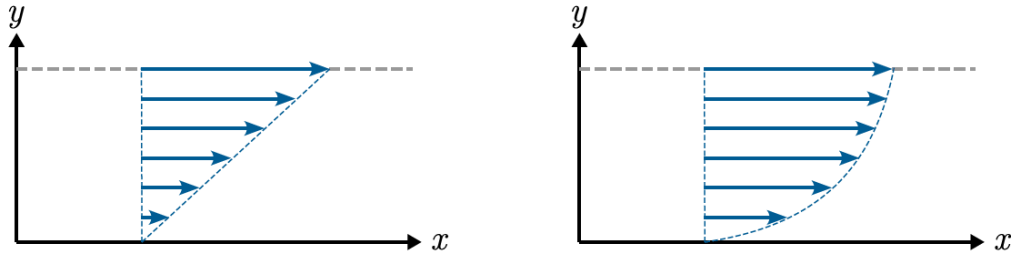
$\Rightarrow \left(\frac{dv_x}{dy}\right)_{y+dy} - \left(\frac{dv_x}{dy}\right)_y = 0 \Rightarrow \frac{d^2 v_x}{dy^2} dy = 0 \Rightarrow \frac{d^2 v_x}{dy^2} = 0$

20. $\frac{d^2 v_x}{dy^2} = 0 \Rightarrow v_x = Ay + B$

Adhérence aux parois : $v_x(y = 0) = 0 \Rightarrow B = 0$ et $v_x(y = D) = U = AD \Rightarrow A = \frac{U}{D}$

$\Rightarrow v_x(y) = \frac{U}{D} y$

- 21.



Si on compare le profil de vitesse calculé (à gauche) par notre modèle et celui de la figure 5 (à droite), les profils ne coïncident pas. Ceci est probablement dû à des hypothèses simplificatrices fortes, notamment le caractère laminaire supposé de l'écoulement.

$$22. Q = \int_{(S)} \vec{v} \cdot d\vec{S} = \int_{(S)} v_x \cdot dS = \int_0^D v_x(y) L dy = \int_0^D \frac{UL}{D} y dy = \frac{UL}{D} \int_0^D y dy = \frac{UL}{D} \times \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^D$$

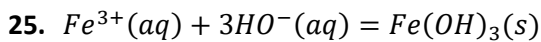
$$Q = \frac{UL}{D} \times \frac{D^2}{2} = \frac{ULD}{2}$$

$$23. \text{AN : } Q = \frac{\left(\frac{50000}{3600}\right) \times 50 \times 15}{2} = 5,2 \times 10^3 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Le modèle donne le bon ordre de grandeur pour le débit mais le sous-estime. On peut remettre en cause, comme en Q21, principalement le caractère laminaire de l'écoulement.

Problème 3 – les défenses naturelles

$$24. \text{Fe : } 4s^2 3d^6$$



26. A la limite d'apparition du précipité $\text{Fe}(\text{OH})_3(s)$:

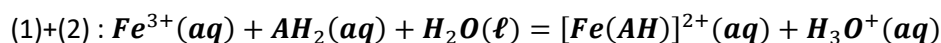
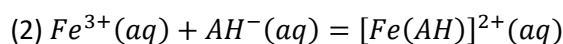
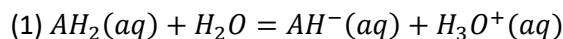
$$K^0 = \frac{1}{K_S(\text{Fe}(\text{OH})_3)} = Q_{r,eq} = \frac{(C^0)^4}{[\text{Fe}^{3+}]_{eq} \times [\text{HO}^-]_{eq}^3} \text{ avec } [\text{Fe}^{3+}]_{eq} = C_{Fe}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{K_S(\text{Fe}(\text{OH})_3)} = \frac{(C^0)^4}{C_{Fe} \times [\text{HO}^-]_{eq}^3} = \frac{(C^0)^4 \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{eq}^3}{C_{Fe} \times K_e^3} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{eq}^3}{C_{Fe} \times (C^0)^2 \times K_e^3} = \frac{10^{-pH} \times C^0}{C_{Fe} \times K_e^3}$$

$$\Rightarrow 10^{-pH} = \left(\frac{K_e^3 \times C_{Fe}}{K_S(\text{Fe}(\text{OH})_3) \times C^0} \right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow pH = -\frac{1}{3} \times \log \left(\frac{K_e^3 \times C_{Fe}}{K_S(\text{Fe}(\text{OH})_3) \times C^0} \right) \quad \text{AN : } pH = 1,9$$

Pour réaliser le dosage et éviter la formation de $\text{Fe}(\text{OH})_3(s)$, il faut donc se placer à un pH strictement inférieur à 1,9.

27. Équation de réaction



28. Calcul des quantités de matière :

$$n_{\text{Fe}^{3+}} = 2,0 \times 10^{-3} \times 0,1 = 2,0 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$n_{\text{AH}_2} = 10,0 \times 10^{-3} \times 1,0 \times 10^{-3} = 1,0 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

La formation du complexe étant supposé quantitative, et l'acide salicylique étant introduit en défaut, la quantité de matière de complexe formé sera égale à la quantité d'acide salicylique initialement en présent dans la solution.

29. Le dosage a pour objectif de quantifier le seul complexe formé. Or le dosage choisi est un suivi par spectrophotométrie dans le visible. Il faut donc s'assurer que les autres espèces intervenant dans la réaction de formation du complexe n'interfèrent pas.

On réalise alors un blanc avec la solution R, de couleur jaune, afin de **s'affranchir de l'absorption résiduelle de cette solution** à la longueur d'onde de travail choisie (on admet que l'absorbance de l'acide salicylique à cette longueur d'onde est négligeable).

30. Le maximum d'absorption est pour $\lambda_{travail} = 535nm$, soit dans le vert. En nous aidant du cercle chromatique, le complexe est donc de couleur complémentaire, **magenta** (autour de 400 nm).

31. On choisit de se placer au maximum d'absorption car l'incertitude sur **l'absorbance liée à l'incertitude sur la longueur d'onde est la plus faible**.

32. Comme le montre la table 1, les valeurs d'incidence de la maladie enregistrées aux trois périodes (10, 20 et 30 jours après l'inoculation) en cas de traitement à l'acide salicylique ont montré que la rouille noire était significativement plus faible qu'avec de l'eau. De plus cette valeur d'incidence reste constante après 20 jours ce qui n'est pas le cas pour le traitement à l'eau. Sachant que les plants AS simulent des plants ayant déjà été infectés, cela prouve donc que les plants AS ont développé une résistance à la maladie.

33. $[AH_2] = \frac{A}{0,0114}$

Nombre de jours d'incubation	10 jours	20 jours	30 jours
$[AH_2] (mg \cdot L^{-1})$	22,4	27,9	29,5

34. La concentration en masse en acide salicylique dans les plants sains (témoins) évolue de 10,8 à 12,8 $mg \cdot L^{-1}$, soit **2,0 $mg \cdot L^{-1}$** d'acide salicylique produit sur une période allant de 10 à 20 jours d'incubation.

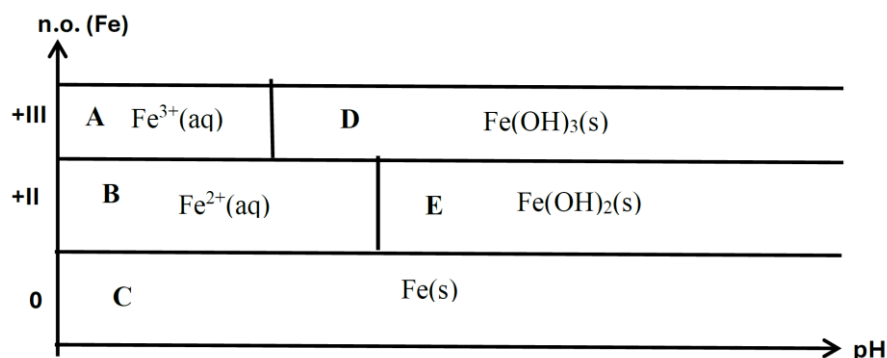
Celle simulant les plants ayant subi une première infection, varie sur la même période de 22,4 à 29,5 $mg \cdot L^{-1}$, soit **7,5 $mg \cdot L^{-1}$** d'acide salicylique produit sur la **même période**. Une première infection par la maladie permet donc à la plante de produire plus d'acide salicylique pour se protéger.

Partie B – Réagir ou pas au manque de nutriments

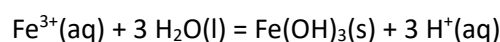
35. Les ions nitrate NO_3^- ne sont pas retenus par les complexes argilo-humiques au contraire des ions ammonium NH_4^+ . On peut donc supposer que les complexes argilo-humiques sont chargés négativement.

36.

Espèce	$Fe^{2+}(aq)$	$Fe^{3+}(aq)$	$Fe(OH)_2(s)$	$Fe(OH)_3(s)$	$Fe(s)$
n.o. (Fe)	+ II	+ III	+ II	+ III	0



Justification du positionnement relatif des espèces $\text{Fe}^{3+}(\text{aq})$ et $\text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$:



$\text{Fe}^{3+}(\text{aq})$ est donc l'acide du couple $\text{Fe}^{3+}(\text{aq}) / \text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$, et $\text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$, la base. Même justification pour le positionnement relatif des espèces $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$ et $\text{Fe}(\text{OH})_2(\text{s})$

37. $\text{NO}_3^-(\text{aq}) / \text{NO}(\text{g})$: $\text{NO}_3^-(\text{aq}) + 4 \text{H}^+(\text{aq}) + 3 \text{e}^- = \text{NO}(\text{g}) + 2 \text{H}_2\text{O}(\text{l})$

$$E(\text{NO}_3^-(\text{aq})/\text{NO}(\text{g})) = E_1 = E_1^0 + \frac{0,06}{3} \log \left(\frac{[\text{NO}_3^-(\text{aq})][\text{H}^+]^4 p^0}{(C^0)^5 p_{\text{NO}}} \right)$$

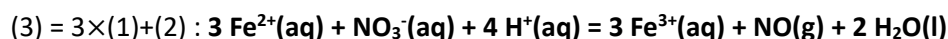
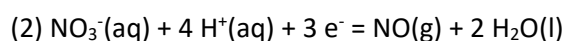
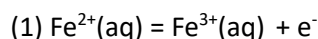
A la frontière entre $\text{NO}_3^-(\text{aq})$ et $\text{NO}(\text{g})$, et $p_{\text{NO}} = p^0 = 1,0 \text{ bar}$

$$\text{On obtient : } E_1 = E_1^0 + \frac{0,06}{3} \log \left(\frac{c_{\text{tracé}}[\text{H}^+]^4}{(C^0)^5} \right) = E_1^0 + 0,02 \log \left(\frac{c_{\text{tracé}}}{C^0} \right) - 0,08 \text{pH}$$

$$\Rightarrow E_1^0 = E_1 + 0,08 \text{pH} - 0,02 \log \left(\frac{c_{\text{tracé}}}{C^0} \right)$$

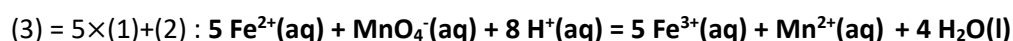
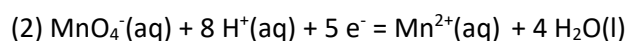
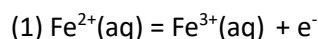
$$\text{A pH} = 0, \text{ on lit : } E_1 = 0,94 \text{ V} \Rightarrow E_1^0 = 0,96 \text{ V}$$

38. En milieu acide :



NO_3^- et Fe^{2+} appartiennent à deux domaines disjoints. Ces deux espèces sont donc incompatibles et vont donc réagir favorablement et donc spontanément ensemble d'un point de vue thermodynamique.

39. En milieu acide :



$$40. \quad \Delta_r G_3^0 = -RT \ln K^0 = -5 \times \Delta_1 G_1^0 + \Delta_1 G_2^0 = 5FE^0(\text{Fe}^{3+}(\text{aq})/\text{Fe}^{2+}(\text{aq})) - 5FE^0(\text{MnO}_4^-(\text{aq})/\text{Mn}^{2+}(\text{aq}))$$

$$\Rightarrow -RT \ln K^0 = -5F \times (E^0(\text{MnO}_4^-(\text{aq})/\text{Mn}^{2+}(\text{aq})) - E^0(\text{Fe}^{3+}(\text{aq})/\text{Fe}^{2+}(\text{aq})))$$

$$\Rightarrow \frac{RT}{F} \ln K^0 = 5 \times (E^0(MnO_4^-(aq)/Mn^{2+}(aq)) - E^0(Fe^{3+}(aq)/Fe^{2+}(aq)))$$

$$\Rightarrow 0,06 \log K^0 = 5 \times (E^0(MnO_4^-(aq)/Mn^{2+}(aq)) - E^0(Fe^{3+}(aq)/Fe^{2+}(aq)))$$

$$\Rightarrow K^0 = 10^{\frac{5}{0,06} \times (E^0(MnO_4^-(aq)/Mn^{2+}(aq)) - E^0(Fe^{3+}(aq)/Fe^{2+}(aq)))}$$

AN : $K^0 = 4,6 \times 10^{61}$: la transformation mise en jeu à l'étape 4 peut être considérée comme quantitative

41. Quantité d'ions Fe^{2+} restant à l'issue de l'étape 2 :

$$\frac{n_{Fe^{2+},restant}}{5} = n_{MnO_4^-,E} \Rightarrow n_{Fe^{2+},restant} = 5 \times n_{MnO_4^-,E} = 5 \times C_{MnO_4^-} \times V_E$$

Quantité d'ions Fe^{2+} ayant réagi avec les ions nitrate lors de l'étape 2 :

$$\frac{n_{Fe^{2+},réagi}}{3} = n_{NO_3^-} \Rightarrow n_{Fe^{2+},réagi} = 3 \times n_{NO_3^-}$$

Quantité totale initiale d'ions Fe^{2+} :

$$n_{Fe^{2+},0} = n_{sel\ de\ Mohr} = \frac{m_1}{M(sel\ de\ Mohr)} = n_{Fe^{2+},réagi} + n_{Fe^{2+},restant} = 5 \times C_{MnO_4^-} \times V_E + 3 \times n_{NO_3^-}$$

$$\Rightarrow n_{NO_3^-} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{m_1}{M(sel\ de\ Mohr)} - 5 \times C_{MnO_4^-} \times V_E \right)$$

$$\Rightarrow C_{NO_3^-} = \frac{n_{NO_3^-}}{V_1} = \frac{1}{3} \times \frac{\frac{m_1}{M(sel\ de\ Mohr)} - 5 \times C_{MnO_4^-} \times V_E}{V_1}$$

$$AN : C_{NO_3^-} = 1,23 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$42. w_{N,NO_3^-} = \frac{n_{NH_4NO_3} \times M(N)}{m_0} = \frac{n_{NO_3^-,S_0} \times M(N)}{m_0} = \frac{10 \times n_{NO_3^-,S_1} \times M(N)}{m_0} = \frac{10 \times C_{NO_3^-} \times V_1 \times M(N)}{m_0}$$

$$AN : w_{N,NO_3^-} = 0,086 = 8,6 \%$$

$$43. w_{N,NH_4^+} = \frac{(n_{NH_4NO_3} + 2 \times n_{(NH_4)_2(SO_4)}) \times M(N)}{m_0} = \frac{n_{NH_4NO_3} \times M(N)}{m_0} + 2 \times \frac{n_{(NH_4)_2(SO_4)} \times M(N)}{m_0}$$

$$\Rightarrow w_{N,NH_4^+} = w_{N,NO_3^-} + 2 \times \frac{n_{SO_4^{2-},S_0} \times M(N)}{m_0}$$

$$\Rightarrow w_{N,NH_4^+} = w_{N,NO_3^-} + 2 \times \frac{C_{SO_4^{2-}} \times V_0 \times M(N)}{m_0}$$

$$AN : w_{N,NH_4^+} = 0,192 = 19,2 \%$$

$$44. m_S = w_{S,SO_4^{2-}} \times m = 0,121 \times 1007 = 121,8 \text{ kg}$$

$$m_N = (w_{N,NO_3^-} + w_{N,NH_4^+}) \times m = (0,086 + 0,192) \times 1007 = 279,7 \text{ kg}$$

L'élément azote apporté correspond aux besoins estimés par l'agriculteur. Par contre, l'élément soufre est apporté en excès, libérant des sulfate et ammonium. Les ions ammonium sont stockés dans le sol tandis que les ions sulfate sont lessivés, le complexe argilo-humique étant chargé négativement.