Nuage

La physique des nuages est l'étude des processus de formation et d'évolution des nuages et des précipitations qui les accompagnent. Les nuages sont formés de microscopiques gouttelettes. La formation et la stabilité d'un nuage dépendent notamment des mouvements verticaux de l'air dans celui-ci.

Photo d'un cumulonimbus.
Ils sont souvent en forme d'enclume, et leur base est très sombre. Ils sont composés de gouttelettes d'eau et de cristaux de glace.

Question simple

On considère une gouttelette d'eau liquide sphérique, de rayon r, au sein du nuage.

Document : force de trainée exercée sur la gouttelette par un flux d'air ascendant (formule de Stokes)

$$\vec{f} = -6\pi\eta r\vec{v}$$

- ✓ η : viscosité de l'air ; $\eta = 1{,}8\times10^{-5}$ kg·m^{-1}·s^{-1}
- ✓ v : vitesse de la gouttelette par rapport à l'air

- comparer la poussée d'Archimède et le poids de la goutte
- calculer le rayon maximal, r_m, d'une goutte d'eau pour qu'elle reste en suspension dans un flux d'air ascendant, avec une vitesse de l'air par rapport au sol de 1 m.s^{-1}.
- calculer la vitesse de chute d'une goutte d'eau devenue trop grosse (coalescence de deux gouttelettes de rayon r_m).

Question ouverte

Document

- ✓ gradient de température dans l'atmosphère : $T(z) = T_0 - \lambda z$, avec $\lambda = 0{,}007$ K.m^{-1} et T_0 la température au niveau du sol (z = 0)
- ✓ formule de Rankine donnant l'évolution de la pression de vapeur saturante de l'eau, notée P_{sat}, en fonction de la température T :

$$Ln\left(\frac{P_{sat}}{P_{sat,ref}}\right) = -\frac{\Delta_{vap}H}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref}}\right)$$

  Avec $\Delta_{vap}H$: enthalpie molaire de vaporisation de l'eau, $P_{sat,ref} = 1$ bar, $T_{ref} = 100$°C

- ✓ $x_{H_2O} = 0{,}01$: fraction molaire de l'eau dans une atmosphère humide.

- Etablir, sans chercher à la résoudre, l'équation donnant l'altitude de formation d'un cumulonimbus en fonction des données.

- ***Chute d'un grêlon***. Quelle est la taille minimum d'un grêlon, initialement à 0°C dans un nuage à H = 2 km d'altitude, pour qu'il ne soit pas entièrement fondu au niveau du sol, dans une atmosphère supposée de température constante égale à 10 °C dans cette question ? On supposera également que l'air est immobile pendant la chute de grêlon.

  Donnée

  - ✓ Coefficient de transfert thermique par conducto-convection du grélon vers l'atmosphère : h = 65 W.m^{-2}.K^{-1}
  - ✓ Enthalpie massique de fusion de la glace : $l_{fus} = 330$ kJ.kg^{-1}

Correction : nuage.

Question simple

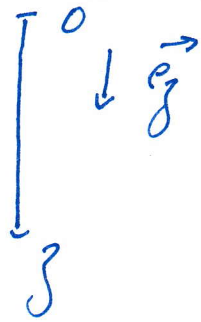
- $\vec{P} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{eau}\, \vec{g}$ avec $\rho_{eau} = 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$

$\vec{\Pi}_a = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{air}\, \vec{g}$ avec $\underset{\substack{\uparrow \\ \text{modèle GP}}}{\rho_{air} =} \frac{P \cdot M_{air}}{RT} \underset{\substack{\uparrow \\ 20°C,\ 1\ \text{bar}}}{=} 1{,}2\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$

$\rho_{air} \ll \rho_{eau} \Rightarrow \|\vec{\Pi}_a\| \ll \|\vec{P}\|$

- Référentiel terrestre considéré comme galiléen
- repère (O, z)
- $\{$goutte de rayon $r\}$.
- Forces : $\vec{P} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{eau}\, \vec{g}$

$\vec{f} = -6\pi\eta r\, \vec{v}_{goutte/air}$



goutte en suspension $\Rightarrow \vec{v}_{goutte/sol} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}_{goutte/sol} = \vec{0}$

PFD : $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0} \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r_m^3 \rho_{eau}\, g\, \vec{e}_z - 6\pi\eta r_m v_{goutte/air}\, \vec{e}_z = \vec{0}$

avec $v_{goutte/air} = v_{goutte/sol} + v_{sol/air} = 1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$\Rightarrow r_m = \sqrt{\frac{9}{2}\frac{\eta}{g\rho_{eau}} v_{goutte/air}}$ AN : $r_m = 90\ \mu\text{m}$.

• Soit r_c le rayon d'une gouttelette obtenue par coalescence de 2 gouttes de rayon r_m.

Conservation du volume : $2 \times \frac{4}{3}\pi r_m^3 = \frac{4}{3}\pi r_c^3$

$$\Rightarrow r_c = r_m \times 2^{1/3} \qquad \underline{\underline{AN}} : r_c = 113 \text{ pm}.$$

$\underline{PFD}$: $\frac{4}{3}\pi r_c^3 \rho_{eau} \frac{d\vec{v}_{goutte/sol}}{dt} = \frac{4}{3}\pi r_c^3 \rho_{eau}\vec{g} - 6\pi\eta r_c \vec{v}_{goutte/air}$

$$\vec{v}_{goutte/air} = \vec{v}_{goutte/sol} + \vec{v}_{sol/air}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi r_c^3 \rho_{eau} \frac{d\vec{v}_{goutte/sol}}{dt} + 6\pi\eta r_c \vec{v}_{goutte/sol} = \frac{4}{3}\pi r_c^3 \rho_{eau}\vec{g} + 6\pi\eta r_c \vec{v}_{air/sol}$$

Posons $v = v_{goutte/sol}$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} + \underbrace{\frac{9}{2}\frac{\eta}{\rho_{eau} r_c^2}}_{1/\tau}\vec{v} = \vec{g} + \frac{9}{2}\frac{\eta}{\rho_{eau} r_c}\vec{v}_{air/sol}$$

Lorsque la vitesse limite est atteinte $\frac{d\vec{v}_{lim}}{dt} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \vec{v}_{lim} = \frac{2}{9}\frac{\rho_{eau} r_c^2}{\eta}\vec{g} + \vec{v}_{air/sol}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{lim} = \left(\frac{2}{9}\frac{\rho_{eau} r_c^2}{\eta} g - v_{air/sol}\right)\vec{e_z}$$

avec $v_{air/sol} = 1 \text{ m.s}^{-1}$

AN : $\|\vec{v}_{lim}\| = 0{,}57\,m.s^{-1}$. (atteinte après 5τ avec $\tau = 1{,}4\,s$)

Question ouverte

- Condition pour formation des nuages : $P_{H_2O}(z) = P_{sat}(z)$

× $P_{sat}(z) = P_{sat,ref} \exp\left[-\frac{\Delta_{vap}H}{R}\left(\frac{1}{T_0 - \alpha z} - \frac{1}{T_{ref}}\right)\right]$

× $P_{H_2O}(z) = x_{H_2O}\, P(z)$

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \underset{\text{modèle GP}}{\overset{=}{\uparrow}} -\frac{PM}{RT} g = -\frac{PM}{R(T_0 - \alpha z)} g.$$

$$\Rightarrow \int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{R} \int_{z=0}^{z} \frac{dz}{T_0 - \alpha z}$$

$$\Rightarrow \ln \frac{P}{P_0} = +\frac{Mg}{R\alpha} \ln \frac{T_0 - \alpha z}{T_0}$$

$$\Rightarrow P = P_0 \left(\frac{T_0 - \alpha z}{T_0}\right)^a \quad \text{avec } a = \frac{Mg}{R\alpha}$$

L'altitude de formation des nuages est la solution de l'équation :

$$P_{sat,ref} \exp\left[-\frac{\Delta_{vap}H}{R}\left(\frac{1}{T_0 - \alpha z} - \frac{1}{T_{ref}}\right)\right] = x_{H_2O} \times P_0 \times \left(\frac{T_0 - \alpha z}{T_0}\right)^a.$$

- Chute d'un grêlon

- Soit R le rayon du grêlon sphérique
on suppose que le grêlon chute à v_{lim} constante avec

$$v_{lim} = \frac{2}{9}\frac{\rho R^2}{\eta} g \quad \Rightarrow \quad \Delta t_{chute} = \frac{H}{v_{lim}} = \frac{9}{2}\frac{\eta H}{\rho g R^2}$$

- pendant la chute le grêlon fond suite aux échanges thermique avec l'air.

Soit δm la masse fondue pendant dt.
Premier principe appliqué au grêlon évoluant à P cste :

$$\delta m\, \ell_{fus} = h (T_{air} - T_{grêlon})\, 4\pi R^2\, dt$$

(H) T_{air} = cte = 10 °C
$T_{grêlon}$ = cte = 0 °C

En intégrant sur la durée Δt_{fus} de fusion :

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho\, \ell_{fus} = h (T_{air} - T_{grêlon})\, 4\pi R^2\, \Delta t_{fus}$$

(Rq : on suppose $\rho_{grêlon} \simeq \rho_{eau} = 10^3\ kg.m^{-3}$)

$$\Rightarrow \quad \Delta t_{fus} = \frac{1}{3}\frac{R \rho\, \ell_{fus}}{h (T_{air} - T_{grêlon})}$$

A la limite où le grêlon a juste fondu en arrivant au sol :

$$\Delta t_{chute} = \Delta t_{fus}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{9}{2} \frac{\mathcal{D} H}{\rho g R^2} = \frac{1}{3} \frac{R \rho P_{fus}}{h (T_{air} - T_{grêlon})}$$

$$\Rightarrow \quad R = \left[3 \times \frac{9}{2} \frac{\mathcal{D} H}{\rho^2 g P_{fus}} h (T_{air} - T_{grêlon}) \right]^{1/3}$$

AN : $R \simeq 457 \, \mu m$.