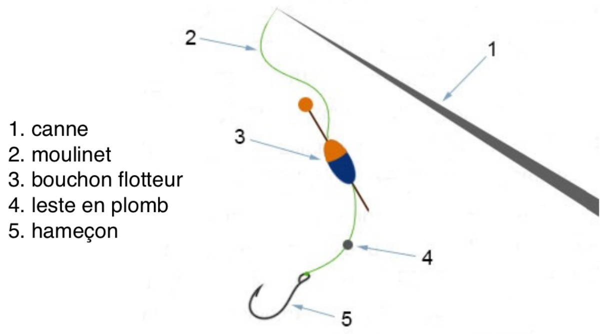
Flotteur de canne à pêche

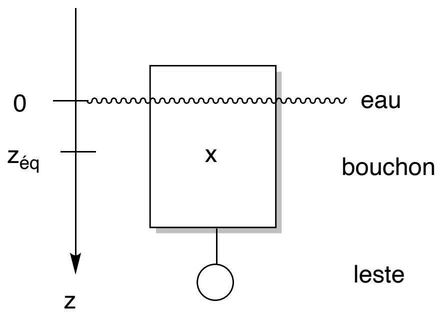
Document 1 : structure d'une canne à pêche



Document 2 : caractéristiques techniques

- Masse du plomb : m = 12 g
- Bouchon en liège cylindrique de hauteur H = 6 cm et de rayon R = 1 cm

On étudie le comportement d'un bouchon et des plombs d'une canne à pêche. Le schéma de la situation est le suivant. L'axe (O,z) est descendant et l'origine du repère au niveau de la ligne d'eau. Durant toute l'étude, le pêcheur ne tire pas sur la canne à pêche.



Question simple

1. Démontrer la formule de la poussée d'Archimède.
2. Déterminer la position d'équilibre $z_{éq}$ lorsque le bouchon flotte à la surface.

Question ouverte

- Déterminer la valeur de la force qu'un poisson doit exercer pour que le bouchon soit totalement immergé sans que le pêcheur ne mette en tension la canne.
- Proposer un modèle puis estimer la fréquence des oscillations du bouchon après que le poisson ait lâché l'hameçon.
- Expliquer pourquoi les oscillations du bouchon, une fois que le poisson a lâché l'hameçon, s'arrêtent au bout de 5 secondes.

Correction de la question simple

La poussée d'Archimède est la résultante des forces pressantes s'exerçant sur le fluide (uniquement sur Oz car sur Ox et Oy les forces pressantes se compensent), elle s'exprime donc comme le produit de la surface par une pression et s'oppose au poids

$$\Pi_A = S \cdot dP = dx\, dy \cdot \rho g dz = V\rho g$$

Les forces sont le poids $P = mg$ (où m est la masse du leste, je choisis de négliger la masse du bouchon de liège) et la poussée d'Archimède $\Pi = \rho V g$avec V volume du bouchon immergé (je choisis de négliger le volume du leste). Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, l'application du PFD sur le système [bouchon + leste] de masse m donne après projection sur l'axe (Oz) :

$$mg = \rho V g$$
$$m = \rho H_{im} \pi R^2$$
$$H_{im} = \frac{m}{\rho \pi R^2} = z_{éq} + \frac{H}{2}$$

AN :

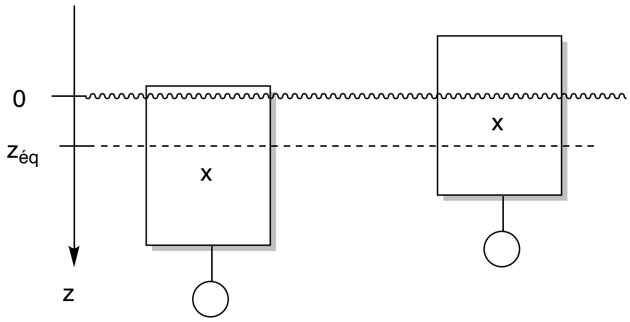
$$z_{éq} = \frac{12 \times 10^{-3}}{1000 \times \pi \times 0{,}01^2} - \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-3}\, m$$

Le bouchon s'enfonce d'environ 1 cm (2 cm dans l'eau / 4 cm dans l'eau).

Correction de la question ouverte

1. Le bilan des forces devient : $\vec{P}, \vec{\Pi}$ et $\vec{F}$. L'application du PFD dans le référentiel terrestre donne : $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{F} = \vec{0}$.
   Après projection sur l'axe (0,z) :
   $$mg + F = \rho V g$$
   $$mg + F = \rho H \pi R^2 g$$
   $$F = \rho H \pi R^2 g - mg$$
   AN :
   $$F = 1000 \times 6 \times 10^{-2} \times \pi \times 0{,}01^2 \times 9{,}81 - 12 \times 10^{-3} \times 9{,}81 = 67\, mN$$

2. Lorsque le poisson lâche l'hameçon, le centre de masse du système, initialement sous la position d'équilibre, passe au-dessus de la position d'équilibre. La poussée d'Archimède agit alors comme une force de rappel : on devrait observer des oscillations.



Le bilan des forces devient : $\vec{P}$ et $\vec{\Pi}$. L'application du PFD dans le référentiel terrestre donne : $\vec{P} + \vec{\Pi} = m\vec{a}$. Après projection sur l'axe (O,z)

$$mg - \rho V g = m\ddot{z}$$

$$mg - \rho g \pi R^2 (\frac{H}{2} + z) = m\ddot{z}$$

$$\ddot{z} + \frac{\rho g \pi R^2}{m} z = g - \frac{\rho g \pi R^2}{m} \frac{H}{2}$$

$$\ddot{z} + {\omega_0}^2 z = {\omega_0}^2 z_{éq}$$

On retrouve l'équation différentielle caractéristique d'un oscillateur harmonique de période propre $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho g \pi R^2}}$.

AN : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{12\times10^{-3}}{1000\times9{,}81\times\pi\times0{,}010^2}} = 0{,}4\ s$

3. En raison des frottements fluides, le système cesse d'osciller au bout d'une dizaine de périodes. On peut demander au candidat de mettre en équation en introduisant la force de frottements fluides.