Corrigé - Coefficient de trainée d'un ballon de rugby

Question simple :

- Filmer le mouvement du ballon.
- Faire une analyse du film image par image en pointant la position du ballon sur chaque image à l'aide d'un logiciel d'acquisition après avoir défini un repère et un étalon de longueur sur la première image.

Au fur et à mesure des pointés le logiciel génère un tableau des positions du ballon en fonction du temps (l'intervalle temporel entre 2 images étant fixé par la caméra utilisée)

- Pour obtenir la composante de $\vec{v}$ selon Oz il suffit de calculer la dérivée temporelle de $z(t)$ et de stocker les valeurs dans le tableau à l'aide du logiciel.
- Loi de Newton $m\vec{a} = \Sigma \vec{F}_{ext}$ dans un $\mathcal{R}$ galiléen
- PFD au ballon : $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - \alpha\vec{v}$;

Projection sur $Oz \uparrow$ $\quad m\dfrac{d}{dt}(\dot{z}) = -mg - \alpha\dot{z}$

$$\Rightarrow \quad \underline{\frac{d\dot{z}}{dt} + \frac{\alpha}{m}\dot{z} = -g} \quad \Rightarrow \quad \underline{\dot{z}_{lim} = -\frac{mg}{\alpha}}.$$

Question ouverte :

La force de trainée est donnée par la formule générale $\vec{F} = -\frac{1}{2} C_D \rho S |v| \vec{v}$. Ici le mouvement est selon Oz avec $\vec{v}$ selon $(-\vec{u_z})$ et $\vec{F}$ selon $(\vec{u_z})$ $\Rightarrow \vec{F} = \frac{1}{2} C_D \rho S v^2 \vec{u_z}$

ou $\vec{F} = \frac{1}{2} C_D \rho S . (z\text{point})^2 \vec{u_z}$

PFD au ballon projeté sur $Oz \uparrow$: $m\dfrac{d(\dot{z})}{dt} = -mg + \frac{1}{2} C_D \rho S (\dot{z})^2$

Sur le graphe donnant $\dot{z} = f(t)$ on remarque que pour $t \gtrsim 3{,}8\,s$ $\dot{z}$ tend vers une valeur limite $\dot{z}_{lim} = -16{,}1\,m\,s^{-1}$

Alors $\dfrac{d\dot{z}}{dt} = 0$ et le PFD donne $-mg + \frac{1}{2} C_D \rho S (\dot{z}_{lim})^2 = 0$

on peut alors déduire C_D dans les conditions

$$C_D = \frac{2mg}{\rho S (\dot{z}_{lim})^2} = \frac{2 \times 0,46 \times 9,81}{1,17 \times 0,06 \times (16,1)^2} = 0,496$$

<u>DOC3</u> Le nombre de Reynolds est compris entre 0 et 240 000 D'après le document 1 dans ce domaine <u>C_D est ≃ constant</u> (sauf au début du mouvement où Re est faible)

$\Rightarrow$ <u>$C_D \simeq 0,496$</u> <u>$= 0,5$</u> $\Rightarrow$ le ballon en chute libre est <u>incliné d'environ 50°</u> par rapport à la verticale (points ▽ de la figure du DOC.1))

<u>Etude de la modélisation</u>

obtenue à partir de la projection du PFD selon Oz ↑ puis son intégration par la commande odeint qui fournit $z(t)$ et $\dot{z}(t)$

Projection du PFD : $m\frac{d\dot{z}}{dt} = F_z - mg$

$\Leftrightarrow \frac{d\dot{z}}{dt} = \frac{F_z}{m} - g$ qui est la dérivée de la 2è composante de $U = (z, z\text{point})$ dans la définition de la fonction f nécessaire à l'utilisation de la commande odeint

$\Rightarrow$ <u>ligne 35</u> : Fz = 0,5 * 0,49 * S * rho * (zpoint ** 2)
(formule de la force de traînée)

<u>ligne 40</u> : zpoint_mod = SOLUTION[:,1]
(liste des valeurs des composantes de $\vec{v}$ calculées par le modèle)

<u>ligne 26</u> RE = rho * abs(ZPOINT) * D / eta