# Bolomètre

## Question simple

On considère un matériau incompressible et indilatable de capacité calorifique totale à pression constante $C$, en contact avec un thermostat maintenu à température constante $T_S$. L'échange thermique entre le matériau et le thermostat est représenté par un flux thermique : $\Phi_{th} = \frac{T-T_S}{R_{th}}$, où $T$ est la température du matériau.

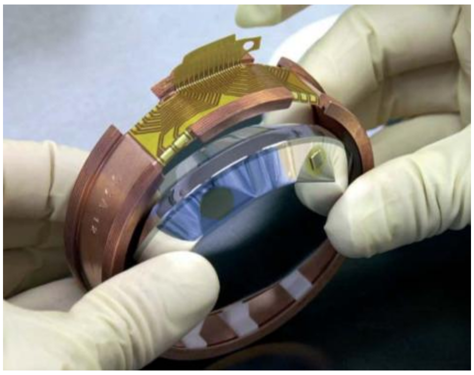
Etablir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la température $T$ du matériau. On notera $T_0$ la température initiale du matériau.

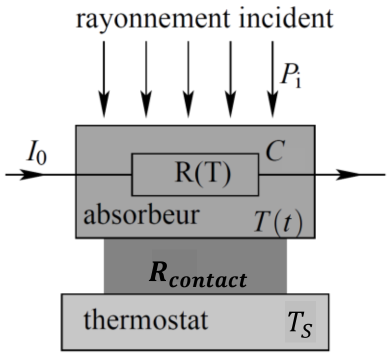
## Question ouverte

Le satellite Planck est un satellite de l'Agence Spatiale Européenne (ESA) qui a fourni en 2009 des cartes de tout le ciel dans le domaine sub-millimétique et radio (30 à 850 GHz). L'objectif du satellite Planck a été d'analyser, avec la plus haute précision jamais atteinte, les restes du rayonnement qui remplissait l'Univers juste après le Big Bang, ce que nous observons aujourd'hui comme le Fond Diffus Cosmologique (noté CMB pour Cosmic Microwave Background). Les mesures du CMB ont été réalisées par des bolomètres, qui sont des détecteurs ultrasensibles de rayonnement.

Un bolomètre est constitué par un absorbeur de capacité calorifique totale à pression constante $C$ et par un thermostat maintenu à température constante $T_S$. Absorbeur et thermostat sont reliés par un matériau permettant le contact possédant une résistance thermique $R_{contact}$. Lorsqu'il est exposé à un rayonnement (de puissance supposée constante : $P_i$), l'absorbeur s'échauffe et l'énergie thermique est évacuée vers le thermostat. On mesure cet échauffement grâce à la variation d'une résistance électrique parcourue par un courant d'intensité constante $I_0$ placé dans l'absorbeur : $R(T) = R_0(1 + \alpha(T - T_S))$.

Afin d'étudier le CMB, le ciel est divisé en petites zones. Le satellite Planck balaie chaque zone pendant une durée $\Delta t_{scan}$ = 14 ms.






1. Montrer que le bolomètre du satellite Planck permet d'obtenir une mesure fiable du CMB lors de son balayage.

2. En régime stationnaire, estimer la différence de tension aux bornes de l'absorbeur que la partie électronique du satellite doit être capable de détecter pour mesurer le fond diffus cosmologique

## Document : Données

- Constante de Stefan – Boltzmann : $\sigma = 5{,}7 \times 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$
- Le CMB se caractérise par un rayonnement thermique de température caractéristique $T_{CMB}$ = 2,725 K.
- **Absorbeur**
  - $R_0 = 1{,}0 \times 10^6\ \Omega$
  - $I_0 = 5{,}0 \times 10^{-9}\ A$
  - $\alpha = -10\ K^{-1}$
  - Capacité thermique : $C = 0{,}075 \times 10^{-12}$ J·K$^{-1}$
  - Surface de la partie de l'absorbeur sensible au CMB : $S_{CMB} = 9{,}93 \times 10^{-8}$ m$^2$·. Pour étudier le CMB, un filtre est placé devant cette surface, il sélectionne 25,2 % de la puissance reçue.
- **Thermostat**
  Température du thermostat : $T_S = 0{,}100\ K$

- **Matériau de contact entre l'absorbeur et le thermostat**
  Résistance thermique : $R_{contact} = 3{,}75 \times 10^9$ K·W$^{-1}$ ;

## Bolomètre : correction

### Question simple

**Système** : matériau

**1^er principe :** $dU = \delta W + \delta Q = \delta Q$ ($\delta W = \delta W_P = 0$, car le volume du système est constant)

Avec $dU = CdT$ et $\delta Q = -\Phi_{th} dt = -\frac{T-T_S}{\mathrm{R}_{th}} dt$

$\Rightarrow CdT = -\frac{T-T_S}{\mathrm{R}_{th}} dt \Rightarrow \boldsymbol{\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\mathrm{R}_{th}C} T = \frac{1}{\mathrm{R}_{th}C} T_S}$

La solution de l'équation différentielle s'écrit : $T(t) = Kexp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + T_S$ avec $\tau = \mathrm{R}_{th}C$

Condition initiale : $T(t=0) = T_0 = K + T_S \Rightarrow K = T_0 - T_S$

$\Rightarrow \boldsymbol{T(t) = (T_0 - T_S) \times exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + T_S}$

### Question ouverte

1. Le bolomètre du satellite Planck permet d'obtenir une mesure fiable du CMB si son temps de réponse est << $\Delta t_{scan}$ = 14 ms. On va donc calculer le temps caractéristique de l'évolution de la température dans l'absorbeur suite à l'absorption d'un rayonnement.

   **Modèle d'étude (en se calquant sur la question simple et en considérant les différents types d'échanges thermiques) :**

   **Système** : absorbeur

   **1^er principe :** $dU = \delta W + \delta Q = \delta Q$ ($\delta W = \delta W_P = 0$, car le volume du système est constant)

   avec $dU = CdT$ et $\delta Q = P_{thermostat}dt + P_i dt + P_{joule}dt = -\frac{T-T_S}{\mathrm{R}_{contact}}dt + P_i dt + RI_0^2 dt$

   $CdT = -\frac{T-T_S}{\mathrm{R}_{contact}}dt + P_i dt + RI_0^2 dt \Rightarrow CdT = -\frac{T-T_S}{\mathrm{R}_{contact}}dt + P_i dt + R_0(1+\alpha(T-T_S))I_0^2 dt$

   $\Rightarrow \frac{dT}{dt} = -\frac{T-T_S}{\mathrm{R}_{contact}C} + \frac{P_i}{C} + \frac{R_0(1+\alpha(T-T_S))I_0^2}{C} = -\left(\frac{1}{\mathrm{R}_{contact}C} - \frac{\alpha R_0 I_0^2}{C}\right) \times T + \frac{T_S}{\mathrm{R}_{contact}C} + \frac{P_i}{C} + \frac{R_0(1-\alpha T_S)I_0^2}{C}$

   $\Rightarrow \boldsymbol{\frac{dT}{dt} + \left(\frac{1}{\mathrm{R}_{contact}C} - \frac{\alpha R_0 I_0^2}{C}\right) \times T = \frac{T_S}{\mathrm{R}_{contact}C} + \frac{P_i}{C} + \frac{R_0(1-\alpha T_S)I_0^2}{C}}$

   Constante de temps : $\tau = \frac{1}{\frac{1}{\mathrm{R}_{contact}C} - \frac{\alpha R_0 I_0^2}{C}} = \frac{\mathrm{R}_{contact}C}{1-\alpha R_0 \mathrm{R}_{contact} I_0^2}$ AN : $\tau = 1{,}45 \times 10^{-4}\ s = 0{,}145\ ms$

   La durée du régime transitoire est donc environ de : $5\tau = 0{,}725\ ms \ll \Delta t_{scan}$

   Donc **selon ce modèle le bolomètre du satellite Planck permet d'obtenir une mesure fiable du CMB**

2. En régime stationnaire : $\frac{dT}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tau} \times T_{absorbeur} = \frac{T_S}{\mathrm{R}_{contact}C} + \frac{P_i}{C} + \frac{R_0(1-\alpha T_S)I_0^2}{C}$

   $\Rightarrow T_{absorbeur} = \tau \times \left(\frac{T_S}{\mathrm{R}_{contact}C} + \frac{P_i}{C} + \frac{R_0(1-\alpha T_S)I_0^2}{C}\right) = \frac{\mathrm{R}_{contact}C}{1-\alpha R_0 \mathrm{R}_{contact} I_0^2} \times \left(\frac{T_S}{\mathrm{R}_{contact}C} + \frac{P_i}{C} + \frac{R_0(1-\alpha T_S)I_0^2}{C}\right)$

   $\Rightarrow T_{absorbeur} = \frac{\mathrm{R}_{contact}}{1-\alpha R_0 \mathrm{R}_{contact} I_0^2} \times \left(\frac{T_S}{\mathrm{R}_{contact}} + P_i + R_0(1-\alpha T_S)I_0^2\right)$

   Il faut calculer $P_i$ d'après la loi de Stefan : $\varphi_i = \sigma {T_{CMB}}^4$ où $\varphi_i$ est le flux radiatif émis par unité de surface

Ce flux est isotrope émis par tout l'univers, donc : $P_i = \varphi_i \times S_{CMB} \times 0{,}252$, sachant que 25,2% du rayonnement reçu passe à travers le filtre

On en déduit : $P_i = \sigma {T_{CMB}}^4 \times S_{CMB} \times 0{,}252$

On calcule alors :

avec CMB : $T_{absorbeur,CMB} = 0{,}1486\ K$ sans CMB : $T_{absorbeur,0} = 0{,}1484\ K$

La résistance de l'absorbeur est alors : $R(T_{absorbeur}) = R_0\big(1 + \alpha(T_{absorbeur} - T_S)\big) = 5{,}2 \times 10^5$ Ω

avec CMB : $R_{absorbeur,CMB} = 5{,}15 \times 10^5$
sans CMB : $R_{absorbeur,0} = 5{,}16 \times 10^5\ \Omega$

Et finalement sur la tension : $V = R(T_{absorbeur}) \times I_0$

avec CMB : $V_{absorbeur,CMB} = 2{,}57\ m$V
sans CMB : $V_{absorbeur,0} = 2{,}58\ m$V

**La détection doit donc être sensible à des variations en tension de l'ordre de $\mathbf{0,01}\ \boldsymbol{m}$V, soit de l'ordre de $\mathbf{10}\ \boldsymbol{\mu}$V**