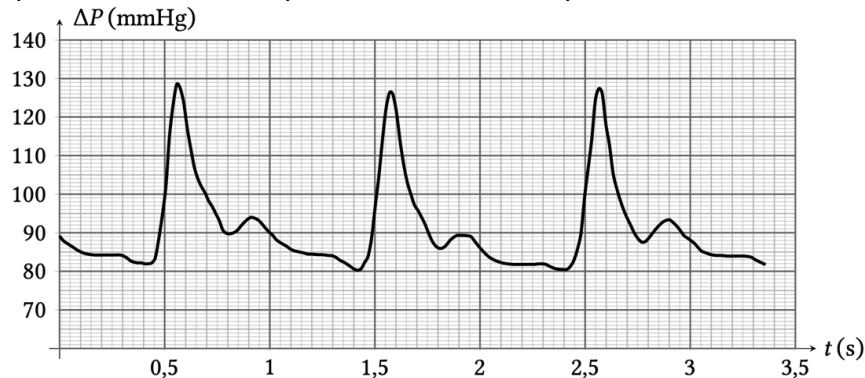


TD Physique n°1 : Filtrage linéaire d'un signal

Exercice 1 : Mesure de pression artérielle

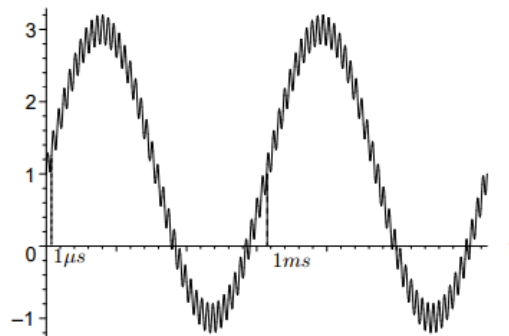
Les mesures de pression artérielle sont prises pour un individu allongé et au repos. La pression artérielle est mesurée par rapport à la pression atmosphérique. Elle est donc notée ΔP et s'exprime en mmHg. La pression artérielle dans la circulation systémique évolue entre une valeur haute, correspondant à la pression artérielle systolique, et une valeur basse, correspondant à la pression artérielle diastolique. Une mesure de pression artérielle sur un patient en fonction du temps est donnée ci-dessous :



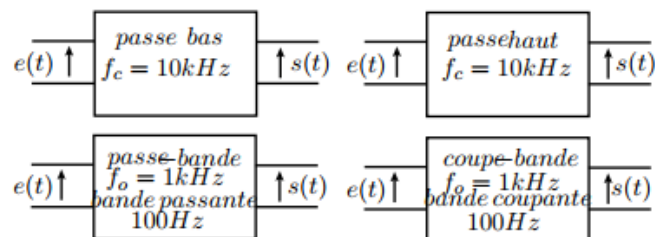
1. Les médecins utilisent fréquemment la formule $\Delta P_{a,moy} = \frac{\Delta P_{a,sys} + 2\Delta P_{a,dia}}{3}$ pour calculer la pression artérielle moyenne. Déterminer la valeur de la pression artérielle moyenne, justifier qualitativement la différence de pondération entre la pression systolique et diastolique.
2. Estimer la fréquence cardiaque f en battements par minute (notés battements $\cdot \text{min}^{-1}$).
3. Sachant que le débit de volume de sang est de $D_V = 5,0 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$ au repos, déterminer le volume de sang V_1 envoyé par le cœur à chaque battement. On exprimera V_1 en mL.
4. (**) Le spectre de la pression artérielle contient-il des harmoniques ? Justifier.
5. (**) Quel type de filtrage est adapté pour déterminer la pression artérielle moyenne ? On précisera la fréquence de coupure du filtre désirée.

Exercice 2 : Filtrage d'un signal

Un signal électrique, délivré par un détecteur analogique, est représenté ci-dessous :



1. (***) Donner l'allure du spectre de ce signal. Indication : ce signal est la somme de trois signaux
2. Ce signal alimente les quatre filtres **idéaux** suivants :



Pour chacun des filtres ci-dessus, décrire la tension obtenue en sortie de filtre.

Exercice 3 : Indicateur de suivi pH-métrique et de la régulation du pH

Dans cet exercice, on s'intéresse à l'étude d'un pH-mètre utilisé dans un digesteur. On se propose de modéliser le pH-mètre comme une association en série d'un générateur de tension idéale de force électromotrice E fonction du pH avec une résistance électrique r (figure 5).

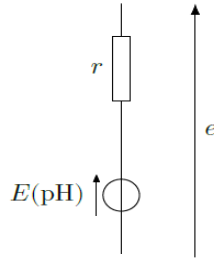


Figure 5 - Modélisation d'un pH-mètre

- On souhaite mesurer la tension e à l'aide d'un voltmètre de résistance interne $R_V = 1,0 \text{ M}\Omega$. Le circuit équivalent du pH-mètre en présence du voltmètre est représenté figure 6.

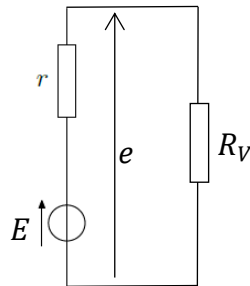


Figure 6

Exprimer la tension mesurée e en fonction de E , r et R_V . Calculer la valeur de e en prenant $r = 10 \text{ M}\Omega$ et $E = 0,20 \text{ mV}$.

Indication : reconnaître un pont diviseur de tensions

Quelle valeur minimale de résistance interne du voltmètre R_V' aurait-il fallu avoir pour commettre une erreur inférieure à 10 % sur la mesure de E ?

Le digesteur est continuellement agité pour assurer une homogénéité du milieu. Cette agitation mécanique lente provoque une perturbation électromagnétique du signal autour de la valeur de 20 mV. À un pH donné, l'évolution en fonction du temps t de la force électromotrice, notée $E(t)$, est représentée figure 6.

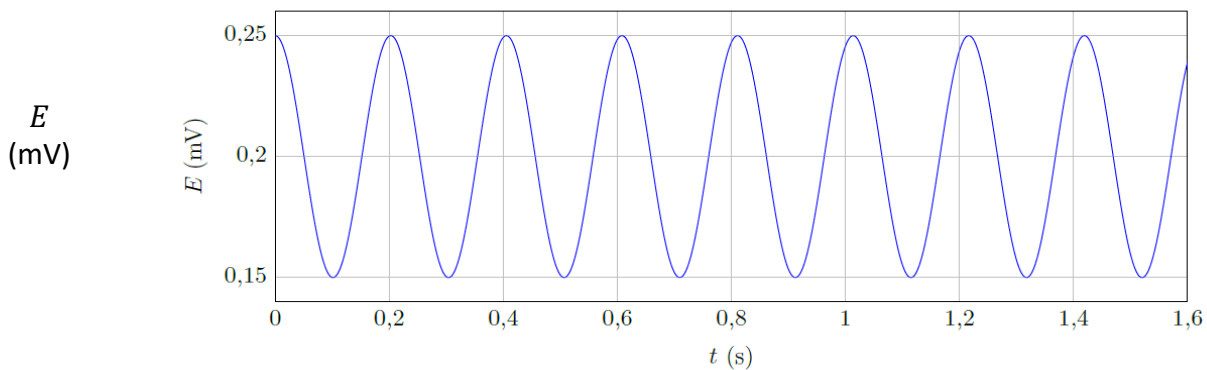


Figure 7 – Évolution en fonction du temps t de la force électromotrice, notée $E(t)$

- Justifier que le signal $E(t)$ s'écrit sous la forme : $E(t) = A_1 + A_2 \cos(\omega_1 t)$. Donner les valeurs numériques de A_1 , A_2 et ω_1 . Représenter la décomposition spectrale du signal $E(t)$.

On souhaite trouver un filtre capable d'éliminer les fluctuations temporelles de $E(t)$. On propose pour cela d'utiliser le circuit ci-dessous. En vue d'étudier ce circuit, un signal d'entrée $u_e(t)$, sinusoïdal de pulsation variable ω , est envoyé en entrée (figure 7). En sortie, on relève la tension $u_s(t)$.

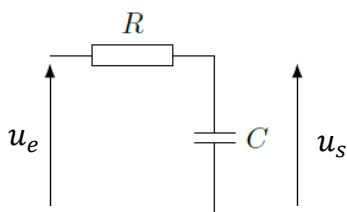


Figure 7

3. Exprimer la fonction de transfert du filtre $\underline{H}(\omega)$ sous la forme :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

On donnera les expressions des grandeurs H_0 et ω_0 .

4. Exprimer le gain du filtre $G(x)$ et la phase $\varphi(x) = \arg(\underline{H})$, où $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. Tracer les allures des réponses en gain $G = f(x)$ et en phase $\varphi = g(x)$. Indiquer la nature du filtre réalisé.
5. Exprimer la pulsation de coupure du filtre réalisé.

A présent, on envoie en entrée du circuit de la figure 7, le signal $E(t)$, afin de tester l'efficacité du filtrage. On cherche le signal de sortie $S(t)$ sous la forme : $S(t) = A'_1 + A'_2 \cos(\omega'_2 t + \psi_2)$.

6. (***) Exprimer les constantes A'_1, A'_2, ω'_2 et ψ_2 . Réaliser les applications numériques. Commenter l'effet de l'action du filtre sur le signal $E(t)$. On donne : $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ et $C = 318 \text{ }\mu\text{F}$.

****Exercice 4 : Etude d'un filtre d'ordre 1**

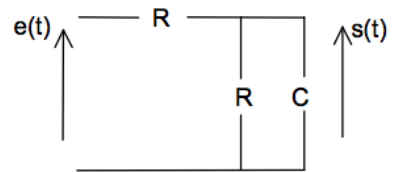
Soit le circuit obtenu en inversant les positions de R et C dans le circuit du cours.

- Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre. On posera : $x = RC\omega$.
- (**) Donner l'expression de la réponse en gain et en phase. Donner la nature du filtre.
- (**) Tracer l'allure des courbes de réponse en gain et en phase.
- Déterminer la bande-passante du filtre.

Exercice 5 : Etude d'un filtre d'ordre 1 – application à la transmission d'un signal

1. On utilise le filtre ci-contre :

- (**) Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ de ce filtre. On posera : $x = RC\omega$.
- Donner l'expression de la réponse en gain et en phase. Donner la nature du filtre. Tracer l'allure des courbes associées.
- Déterminer la bande-passante du filtre. On notera ω_c la pulsation de coupure de ce filtre.



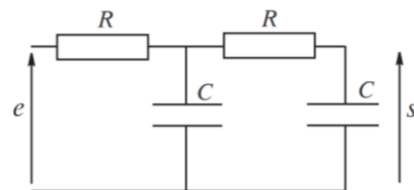
2. La tension d'entrée est désormais une tension triangulaire de pulsation $\omega_0 = \frac{\omega_c}{2}$ (définie à la question précédente), de période T_0 , et d'amplitude $E_m = 1,0 \text{ V}$. On prend $RC = 2,0 \text{ ms}$. On admet que $e(t)$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$e(t) = E_m \left[\cos(\omega_0 t) + \frac{1}{3^2} \cos(3\omega_0 t) + \frac{1}{5^2} \cos(5\omega_0 t) \right]$$

Quel signal attend-on en sortie si le filtre est idéal ?

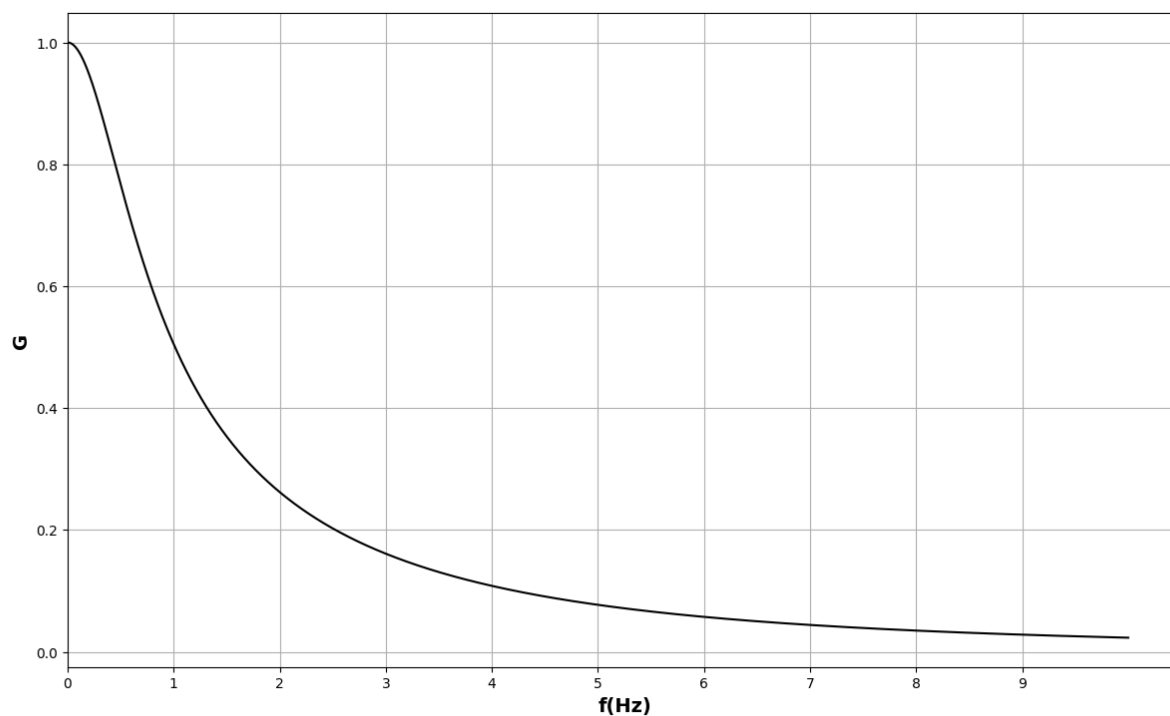
Exercice 6 : Filtre RC en cascade

On considère le filtre ci-contre :



La fonction de transfert de ce filtre s'écrit : $\underline{H} = \frac{s}{e} = \frac{1}{1 - R^2 C^2 \omega^2 + j3RC\omega}$

- Donner le gain. On donnera l'allure de la réponse en gain en fonction de ω . Quelle est la nature du filtre ?
- On donne ci-dessous la courbe du gain en fonction de ω pour $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ et $C = 1,0 \text{ }\mu\text{F}$. Déterminer la fréquence de coupure ainsi que la bande-passante en fréquence de ce filtre.

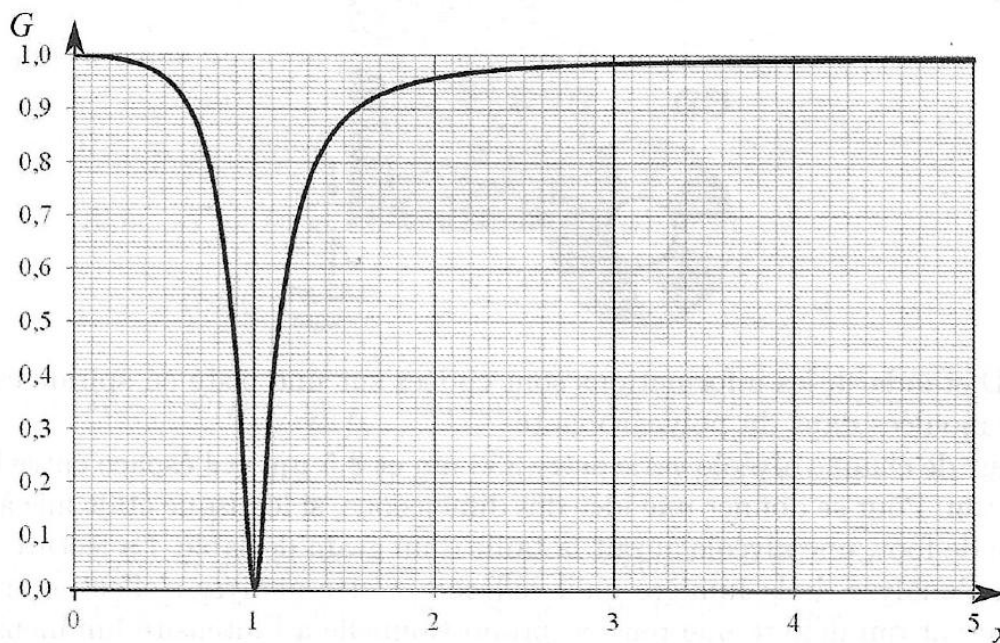


Exercice 7 : Filtre réjecteur de fréquence (ou coupe-bande)

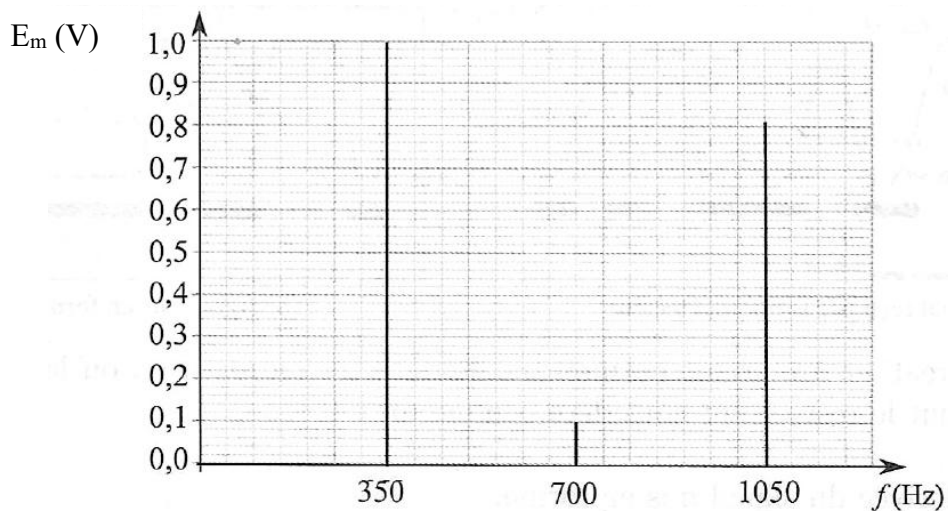
On s'intéresse à un filtre dont la fonction de transfert est de la forme :

$$\underline{H} = \frac{u_s}{u_e} = \frac{1-x^2}{1-x^2+j\frac{x}{Q}} \quad x = \frac{f}{f_0} \text{ avec } f_0 = 712 \text{ Hz}$$

La courbe de réponse en gain en fonction de x est la suivante :



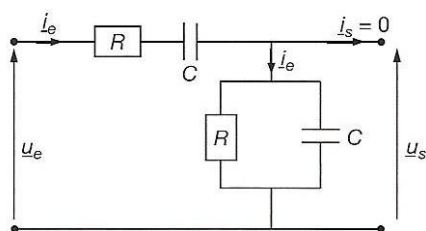
Un signal périodique $u_e(t)$ de période $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$ avec $\omega_1 = 2200 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ est décrit par le spectre en amplitude donné ci-dessous, où E_m est l'amplitude des harmoniques associées au signal périodique :



1. Exprimer le gain du filtre étudié.
2. Justifier l'allure de la courbe de réponse en gain ainsi que la nature du filtre.
3. Donner les valeurs des fréquences de coupure associées à ce filtre.
4. (***) A l'entrée du filtre proposé, on envoie le signal périodique dont le spectre est donné ci-dessus. En justifiant votre démarche, donner le spectre en fréquence du signal en sortie.



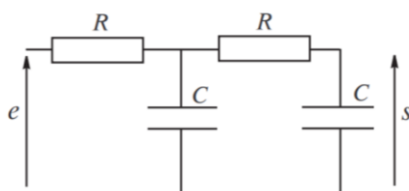
1.



Montrer que la fonction de transfert de ce filtre s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{1}{3 + j\left(x - \frac{1}{x}\right)} \text{ avec } x = RC\omega$$

2.



Montrer que la fonction de transfert de ce filtre s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{s}{e} = \frac{1}{1 - R^2 C^2 \omega^2 + j3RC\omega}$$