

Chapitre 4 : Conduction thermique

I. Rappels

1. Les différents types de transferts thermiques

Il existe trois grands types de transferts thermiques :

- **Transferts convectifs** : transfert thermique, propre aux fluides, associé à un déplacement macroscopique de la matière.
- **Transferts par rayonnement** : transfert thermique émis par un corps chauffé et véhiculé par les ondes électromagnétiques ne nécessitant aucun support matériel (possible dans le vide ou dans un milieu transparent).
- **Transferts conductifs** : transfert thermique au sein d'un support matériel sans mouvement macroscopique de la matière. Ce phénomène met en jeu des chocs (pour un fluide) ou des vibrations (pour un solide). On parle de conduction thermique ou de diffusion thermique par conduction. C'est un **phénomène irréversible**. La conduction (diffusion) thermique a pour **origine l'inhomogénéité de la température T** au sein du milieu matériel. **L'énergie thermique est transportée des régions les plus chaudes vers les régions les plus froides : il existe un flux thermique orientée dans le sens des températures décroissantes.** Ce transfert s'effectue de proche en proche grâce à l'agitation thermique.

2. Grandeurs caractéristiques

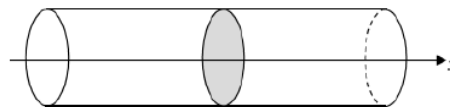
- **Flux thermique** : $\Phi_{th} = P_{th} = \frac{\delta Q}{dt}$ en W
- **Résistance thermique** : $R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi_{th}}$ en K.W⁻¹
 Conduction thermique - Géométrie unidimensionnelle (transfert axial) $R_{cond} = \frac{L}{\lambda S}$ en K.W⁻¹
 λ : conductivité thermique (en W.K⁻¹.m⁻¹)
- **Flux thermique conducto-convectif : Loi de Newton**
 A l'interface entre un solide (T_S) et un fluide (T_E) $\varphi_{ccS \rightarrow E} = h(T_S - T_E)$ en W.m⁻²
 $\Phi_{ccS \rightarrow E} = hS(T_S - T_E)$ en W
 h est le coefficient d'échange ou de transfert conducto-convectif (en W.m⁻².K⁻¹)
- **Flux thermique rayonné par un corps noir** → expressions fournies
 Loi de déplacement de Wien $\lambda_{max} T = 2,898.10^{-3} \text{ m.K (= cste)}$
 Loi de Stefan-Boltzmann $\varphi = \sigma T^4$ en W.m⁻²
 Puissance totale émise par un corps noir de surface S $\Phi_r = \sigma T^4 S$ en W

II. Modèle phénoménologique de la conduction thermique

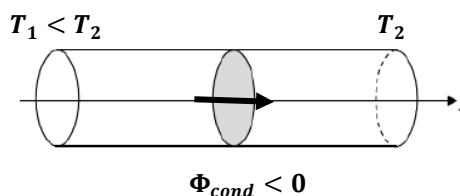
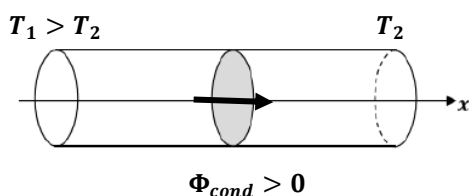
1. Loi de Fourier en régime stationnaire

A travers une surface S plane (diffusion axiale (suivant un axe (Ox)) :

$$\Phi_{cond} = -\lambda S \frac{dT}{dx}$$



- $\frac{dT}{dx}$ est le gradient de température suivant l'axe (Ox)
- Le signe « - » traduit que les transferts thermiques s'effectuent spontanément dans le sens des températures décroissantes



- λ : conductivité thermique du matériau en $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

mauvais conducteurs (air, gaz)	$\lambda < 0,1 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
conducteurs moyens (eau, bois, verre, béton)	$\lambda \approx 0,1 \text{ à } 10 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
bons à très bons conducteurs (métaux)	$\lambda \approx 10 \text{ à } 1000 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

- Le transfert thermique est d'autant plus important que la conductivité thermique du matériau est grande, que la surface d'échange est grande et que l'épaisseur du matériau est faible

Généralisation

A travers une surface sphérique ou cylindrique (diffusion radiale) en régime stationnaire ou quasi-stationnaire :

$$\Phi_{cond} = -\lambda S \frac{dT}{dr}$$

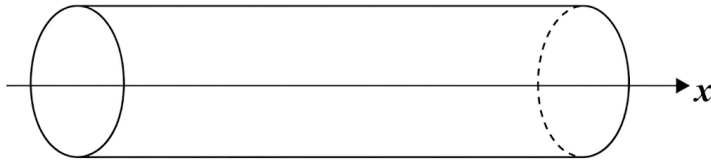
Attention, la surface S dépend de la coordonnée r

Cas usuels :

Dans le cas d'une diffusion radiale à travers un cylindre de rayon r et hauteur h : $\Phi_{cond} = -\lambda 2\pi r H \frac{dT}{dr}$	
Dans le cas d'une diffusion radiale à travers une sphère de rayon r : $\Phi_{cond} = -\lambda 4\pi r^2 \frac{dT}{dr}$	

III. Bilan d'énergie en régime stationnaire

1. Système d'étude



Cadre d'étude : **Système fermé de volume constant (solide ou liquide indéformable)**
Absence de travail utile

2. Bilan d'énergie :

Application du 1^{er} principe entre les instants t et $t + dt$

Remarque : Usuellement l'évolution est aussi isobare, on peut aussi écrire en absence de travail utile) :

$$dH = \delta Q_e - \delta Q_s + \delta Q_{prod} - \delta Q_{perd}$$

3. En absence de sources internes (= absence de création ou d'absorption d'énergie thermique par des processus internes) pour un système siège uniquement d'un phénomène de conduction thermique

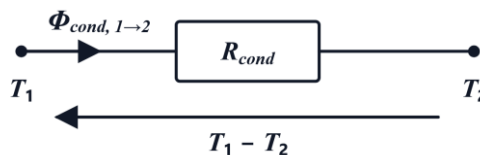
a) Conservation du flux

- Transfert thermique (algébrique : >0 ou <0) par conduction thermique en x : δQ_e
- Transfert thermique (algébrique) par conduction thermique en $x + dx$: δQ_s
- Bilan sur le flux en régime stationnaire :

b) Application 1 : Profil de température – cas d’une conduction thermique axiale à travers une section plane constante

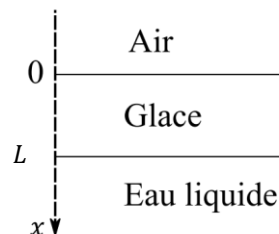
c) Application 2 : Résistance thermique R_{cond} conductive (ou de conduction) – cas d’une conduction thermique axiale à travers une section plane constante

$$R_{cond} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi_{cond, 1 \rightarrow 2}}$$



d) Application 3 : Expression du flux thermique de conduction

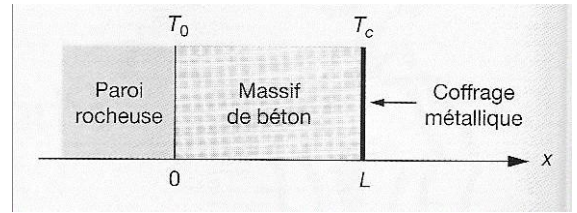
L'eau liquide d'un grand lac est à la température de congélation $\theta_E = 0^\circ\text{C}$. L'air au-dessus du lac est à la température $\theta_A = -20^\circ\text{C}$. Ces deux températures sont supposées constantes. L'épaisseur de glace formée vaut $L = 20\text{ cm}$. Le lac est de surface $S = 10\text{ ha}$. On donne $\lambda_{glace} = 2,2\text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.



Exprimer puis déterminer la valeur numérique du flux thermique de conduction à travers la couche de glace.

4. En présence d'une source interne

- Pour consolider une paroi rocheuse, plane de surface S et isotherme de température T_0 , on coule un massif de béton, de conductivité thermique λ . Ce massif est limité de l'autre côté par un coffrage métallique, plan, de température uniforme $T_C < T_0$. Le coffrage est supposé très bon conducteur de la chaleur.
- La prise du béton correspond à une réaction chimique exothermique qui fournit de l'énergie à la masse de béton : on note ϕ la puissance volumique thermique fournie à la masse de béton.



- **Système** = tranche de section S (constante) et d'épaisseur dx , entre t et $t+dt$
- Transfert thermique (algébrique : >0 ou <0) par conduction thermique en x : δQ_e
- Transfert thermique (algébrique : >0 ou <0) par conduction thermique en $x + dx$: δQ_s
- Energie thermique produite par la réaction chimique : δQ_{prod}
- En régime stationnaire :
- Equation différentielle en Φ_{cond} :
- Equation différentielle vérifiée par $T(x)$:
- Champ de température $T(x)$:

IV. Coefficient de diffusivité thermique, temps caractéristique de la diffusion et régime quasi-stationnaire

Pour caractériser la vitesse à laquelle la chaleur se propage, par conduction, dans un matériau, on utilise le coefficient de diffusivité thermique D_{th} (analogue au coefficient de diffusion D , dans le cas de la diffusion de particules).

- Coefficient de diffusivité thermique : $D_{th} = \frac{\lambda}{\rho c}$

λ : conductivité thermique

c : capacité thermique massique

ρ : masse volumique

➡ Analyse dimensionnelle : Déterminer la dimension de D_{th}

- Loi d'échelle :

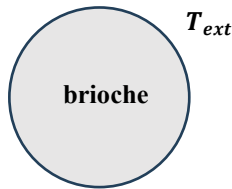
τ_{diff} : temps caractéristique de la diffusion (temps de diffusion interne)

ℓ_{diff} : distance caractéristique de la diffusion ou extension spatiale

➡ Etablir la relation existant entre D_{th} , τ_{diff} et ℓ_{diff} par analyse dimensionnelle :

➡ **Application** : Estimer le temps nécessaire pour que l'intérieur d'une brioche sphérique de rayon $R = 5,0 \text{ cm}$ soit réchauffé par conduction. On donne la conductivité thermique de la brioche $\lambda = 0,50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, sa masse $m = 40 \text{ g}$ et sa capacité thermique massique $c = 2,0 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. Commenter.

- **Régime quasi-stationnaire (ou lentement variable dans le temps) :**



Que dire si T_{ext} évolue au cours du temps ?

Dans le cas où la **durée d'évolution Δt** de T_{ext} , est très grande devant τ_{diff} : $\Delta t \gg \tau_{diff}$, on parle de **régime quasi-stationnaire**. Les résultats du régime stationnaire, et notamment les **expressions des résistances thermiques**, peuvent alors être utilisés.

Exemple : on place une brioche initialement à 20°C dans un four éteint.

Cas n°1 : Le four est chauffé très lentement, en 4h, jusqu'à 200°C : $\Delta t = 4h = 14400\text{ s} \gg \tau_{diff}$. **L'ARQS est valide.** Lors du réchauffement de la brioche, on peut considérer que la température est homogène à chaque instant dans toute la brioche.

Cas n°2 : Le four subit une coupure de 1 min : $\Delta t = 60\text{ s} < \tau_{diff}$. **L'ARQS n'est pas valide :** la température de surface chute rapidement, tandis que la température au cœur n'a pas le temps de varier.

Les questions à se poser à l'issue de ce chapitre

Cours de 1^{ère} année

- Est-ce que je connais les trois types de transfert thermique ?
- Est-ce que je sais exploiter les lois de Newton, de Wien et de Stefan-Boltzmann ?
- Est-ce que je sais effectuer un bilan d'énergie pour un système incompressible et indilatable en contact avec un thermostat, dans le but d'établir l'équation différentielle vérifiée par la température du système ?

Loi de Fourier

- Est-ce que je sais écrire la loi phénoménologique de Fourier donnant le flux thermique à travers une surface plane, cylindrique ou sphérique, adaptée à la géométrie ?
- Est-ce que je sais citer le nom des différentes grandeurs apparaissant dans la loi et donner (ou retrouver) leur unité ?

Bilan d'énergie en régime stationnaire

- Est-ce que je sais sur quel système dois-je réaliser le bilan d'énergie ?
- Est-ce que je sais quel principe thermodynamique je dois utiliser ?
- En absence de sources internes, est-ce que je sais ce que je dois trouver sur le flux ?
- Est-ce que je sais comment tenir compte des sources internes ?
- Est-ce que je connais la méthode pour déterminer l'expression de la résistance thermique conductive ?

Loi d'échelle

- Est-ce que je sais justifier par analyse dimensionnelle (et exploiter) la relation fournie exprimant le coefficient de diffusivité thermique en fonction de la conductivité thermique, de la masse volumique et de la capacité thermique massique ?
- Est-ce que je sais justifier par analyse dimensionnelle (et exploiter) la loi d'échelle liant les échelles caractéristiques spatiales et temporelles et le coefficient de diffusivité thermique ?