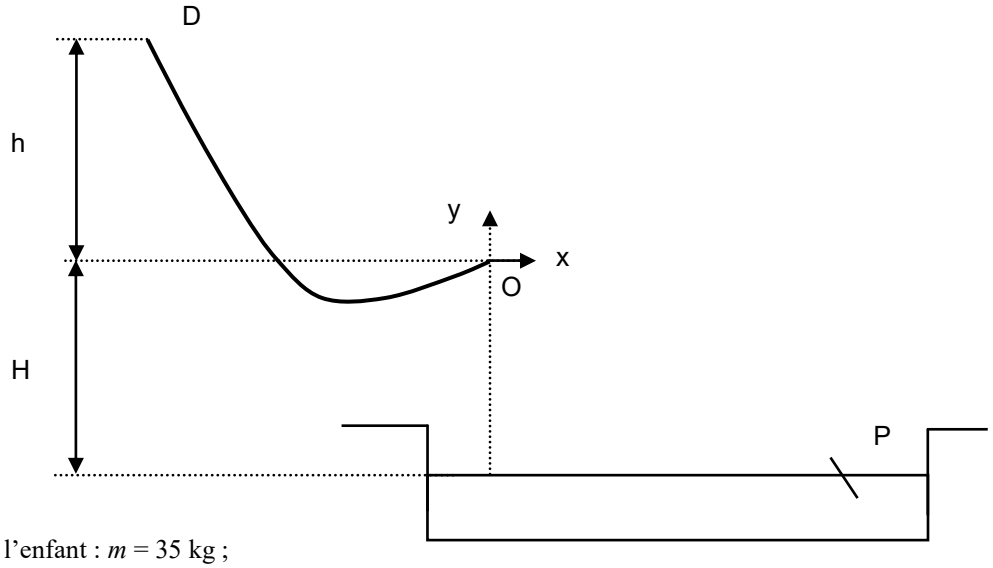
TD Physique n°5 : Approche énergétique du mouvement d'un point matériel

Exercice 1 *(BCPST1+2)* * : Etude du mouvement d'un enfant sur un toboggan

Un enfant glisse le long d'un toboggan de plage
Un toboggan de plage est constitué par :

- une piste *DO* qui permet à un enfant partant de *D* sans vitesse initiale d'atteindre le point *O* avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{V_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale ;
- une piscine de réception : la surface de l'eau se trouve à une distance *H* au-dessous de *O*.



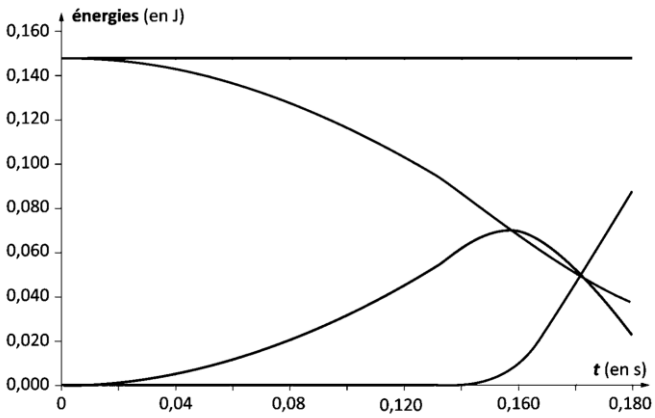
Données :

- Masse de l'enfant : m = 35 kg ;
- Intensité de la pesanteur : g = 10 m.s^{-2} ;
- Dénivellation h = 5,0 m ;
- Hauteur H = 0,50 m ;
- Angle α = 30° ;

(**) **Proposer un modèle et estimer l'abscisse x_P du point d'impact P de l'enfant dans l'eau.**

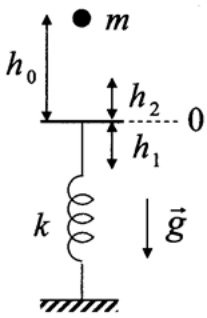
Exercice n°2 : Théorème de l'énergie cinétique - Saut à l'élastique

Pour illustrer un saut à l'élastique en laboratoire, on envisage le dispositif suivant : un solide de masse m = 65 g est attaché à un ressort, fixé verticalement, de masse négligeable, de longueur au repos ℓ_0 et de constante de raideur $k = 70\ N \cdot m^{-1}$. Le solide est lâché sans vitesse initiale. Il parcourt une partie de sa trajectoire en chute libre avant de subir l'action du ressort. Un logiciel de simulation permet de calculer les positions successives du solide et les valeurs des grandeurs énergétiques concernant le système {solide ; ressort} : l'énergie cinétique E_c, l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp}, l'énergie potentielle élastique E_{pe} emmagasinée par le ressort lorsqu'il s'étire, et l'énergie mécanique E_m. Les courbes correspondantes sont reproduites ci-dessous.



1. (*) Identifier, en justifiant, les courbes correspondant à chacune des énergies E_c, E_{pp}, E_{pe} et E_m. Justifier, en utilisant ces courbes, que les frottements de l'air ont un effet négligeable.
2. (*) Déterminer en utilisant le graphique à quelle date t_1 se termine la phase de chute libre puis calculer la hauteur h_0 de chute correspondante.
3. (*) Calculer la vitesse du solide à cette date t_1.
4. (**) Pour cette question et la suivante, on choisira un axe (Oz) orienté vers le bas. On se place à présent au-delà de la date t_1. Etablir l'expression du travail de la force exercée par l'élastique entre la date t_1 et la date t_{max}, date correspondant à l'extension maximale de l'élastique. Montrer à l'aide du théorème de l'énergie cinétique, que la distance h_1 parcourue à partir de cette date t_1 vérifie une équation du second degré. En déduire l'expression littérale de h_1.
5. (**) Déterminer la hauteur totale de chute H.

Exercice 3 : Théorème de l'énergie mécanique -Oscillations d'un plateau



Une boule de pâte à modeler de masse m = 250 g tombe en chute libre (vitesse initiale nulle) d'une hauteur h_0 = 40 cm sur un plateau immobile, de masse négligeable, et supporté par un ressort. Au moment du contact, la boule s'immobilise sur le plateau avant d'osciller avec lui.

1. (**) Sachant que le ressort a pour raideur k = 500 N·m^{-1}, déterminer la hauteur h_1 dont s'affaisse le plateau.
2. (**) Quelle est la hauteur maximale h_2 atteinte par la boule lors des oscillations ?
3. (*) Comparer h_1 et h_2.
4. (*) En réalité, les oscillations sont amorties et le système finit par s'immobiliser. Calculer la hauteur d'équilibre h_e et commenter la relation entre h_1, h_2 et h_e.

Exercice 4 : Energie potentielle – Oscillations horizontales

On s'intéresse au dispositif dans lequel un ressort de raideur k, de longueur au repos ℓ_0, et de masse négligeable, est relié par l'une des extrémités au point fixe I(0,a) et l'autre extrémité à un anneau, assimilé à un point matériel M de masse m, coulissant sans frottement sur un axe Ox horizontal (voir Figure 1 ci-dessous).

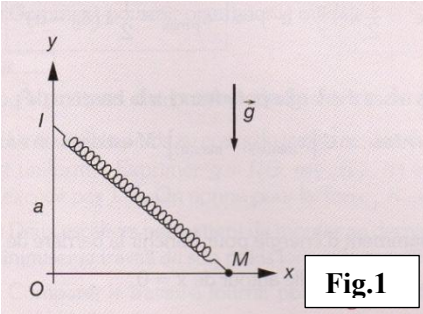


Fig.1

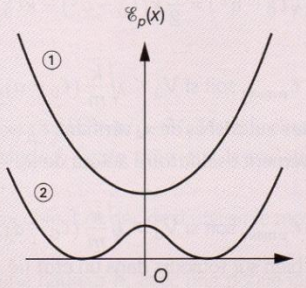


Fig.2

1. *(*)* Justifier que l'énergie mécanique du point matériel M est constante au cours de son déplacement.

2. *(**)* Rappeler l'expression de l'énergie potentielle élastique. Montrer alors que l'énergie potentielle du système s'écrit :

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 - k\ell_0(a^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} + cste$$

On montrer que si $a < \ell_0$, il existe trois positions d'équilibre pour $x = 0$, $x = \sqrt{{\ell_0}^2 - a^2}$ et $x = -\sqrt{{\ell_0}^2 - a^2}$, et que si $a > \ell_0$, il existe une seule position d'équilibre pour $x = 0$.

3. *(**)* Identifier les profils d'énergie potentielle sur la Figure 2 ci-dessus, aux cas décrits à la question précédente. La courbe notée 1 est décalée verticalement pour plus de lisibilité. Caractériser la nature stable ou instable des positions d'équilibre identifiées.

4. (*) Reproduire la courbe notée 1, et illustrer les notions de trajectoire bornée ou non, de positions accessibles et de positions de vitesse nulle.

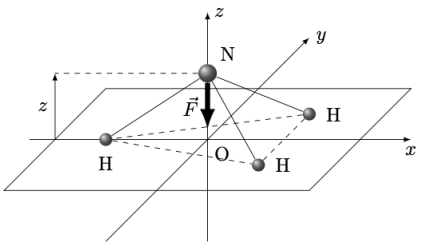
Exercice 5 : Energie potentielle - Inversion de la molécule d'ammoniac

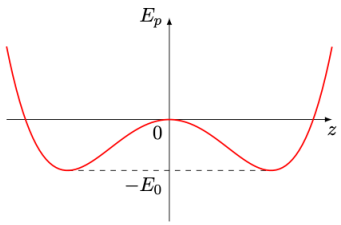
Dans un modèle simplifié de la molécule d'ammoniac NH_3, les trois atomes d'hydrogène H forment la base d'une pyramide dont l'azote N de masse m = 2,33 × 10^{-26} kg occupe le sommet. Les trois atomes d'hydrogène sont fixes dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen (O,$\overrightarrow{u_x}$, $\overrightarrow{u_y}$, $\overrightarrow{u_z}$) et définissent le plan (Oxy). L'atome d'azote est en mouvement suivant l'axe (O, $\overrightarrow{u_z}$) perpendiculaire au plan des atomes d'hydrogène. Il peut passer de part et d'autre de ce plan et sa cote est notée z. Le champ de pesanteur est négligeable pour décrire cette structure atomique et les forces électromagnétiques qui s'exercent sur l'atome d'azote N supposé ponctuel dérivent de l'énergie potentielle :

$$E_p(z) = \beta\left(\frac{z^4}{4} - \frac{a^2z^2}{2}\right)$$

a = 38,7 pm et β = 4,47x10^{-7} eV pm^{-4}

On a tracé ci-dessous l'allure de $E_p(z)$, on note $-E_0$ la valeur minimale de $E_p(z)$:





1. *(*)* Établir l'expression générale de la force $F(z)$ qui dérive de l'énergie potentielle E_p.
2. *(**)* Déterminer les positions d'équilibre de l'atome d'azote et étudier leur stabilité par le calcul. Commenter vos résultats avec le graphe de $E_p(z)$ en positionnant les différentes positions d'équilibre trouvées.

On s'intéresse à une situation où l'atome d'azote est initialement au repos en z = a. On fournit alors de l'énergie à cet atome, de telle sorte que son énergie mécanique E_m soit telle que $E_m \in]-E_0 ; 0[$. Pour les deux questions suivantes, illustrer votre propos avec les termes suivants : trajectoire bornée ou non et positions accessibles.

3. *(**)* Montrer graphiquement que l'atome d'azote oscille alors entre deux valeurs limites z_1 et z_2 qu'on ne cherchera pas à déterminer.
4. *(**)* Que dire si l'énergie mécanique est strictement positive ?

Exercice 6 : Glissement et frottement sur la glace

Un palet de Hockey est fabriqué en caoutchouc avec une masse moyenne de 160 grammes. Sur la glace, le palet peut atteindre des vitesses exceptionnelles du fait de la puissance des joueurs. En Russie, lors des épreuves d'habileté de la Ligue continentale de hockey, le défenseur Aleksandr Riazantsev a établi un nouveau record du monde en janvier 2017 avec une frappe à 183,67 km h^{-1} soit environ 50 m s^{-1}.

Au cours d'une séance d'entraînement à ces épreuves d'habileté, un joueur de hockey propulse le palet, à l'aide de sa crosse, sur un plan recouvert de glace et incliné d'un angle $\alpha = 20°$ par rapport à l'horizontale (figure 1). La position du centre d'inertie du palet est repérée sur un axe (Ox) de même direction que la ligne de plus grande pente et orienté vers le haut. On note (Oy) l'axe perpendiculaire au plan incliné et orienté vers le haut. Les vecteurs $\vec{u_x}$ et $\vec{u_y}$ sont des vecteurs unitaires dirigés respectivement selon les axes (Ox) et (Oy). Le centre d'inertie du palet est noté *G*. A l'instant initial, le palet se trouve à l'origine du repère. L'intensité du champ de pesanteur terrestre g est estimée à 10 m s^{-2}.

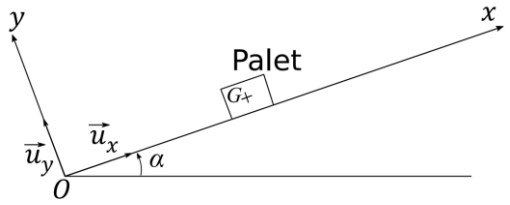


figure 1

Rappel : Modèle du frottement de glissement : Lois de Coulomb

On appelle action de contact l'action mécanique qu'exercent l'un sur l'autre deux solides dont les surfaces sont en contact.

Lorsque les deux solides en contact ne glissent pas l'un sur l'autre, on a :

$$\|\overrightarrow{R_T}\| \leq f_S \|\overrightarrow{R_N}\|$$

où $\overrightarrow{R_T}$ est la composante tangentielle et $\overrightarrow{R_N}$ la composante normale de la réaction exercée par un solide sur l'autre. f_S est le coefficient d'adhérence (également appelé coefficient de frottement statique) qui dépend de la nature et de l'état des surfaces en contact.

Lorsque les deux solides en contact glissent l'un sur l'autre, on a :

$$\|\overrightarrow{R_T}\| = f_D \|\overrightarrow{R_N}\|$$

où f_D est le coefficient de frottement dynamique qui dépend de la nature et de l'état des surfaces en contact avec $f_D < f_S$.

Valeurs usuelles :
f_D(bois sur bois) = 0,40 ; f_D(caoutchouc sur glace) = 0,050 ; f_D(acier sur glace) = 0,020.

Dans une première phase (propulsion du palet par la crosse sur le plan incliné), on considère les ***frottements comme négligeables***. La palette de la crosse est en contact avec le palet.

1. *(BCPST1) (*)* Établir un bilan des forces qui s'exercent sur le palet durant la propulsion et les représenter sur un schéma cohérent sans souci d'échelle.
2. *(BCPST1) (*)* Exprimer l'intensité de la force de propulsion F exercée par le joueur sur le palet en fonction de l'accélération a du palet, de l'angle d'inclinaison α du plan, de la masse m du palet et de l'intensité du champ de pesanteur g.
3. *(BCPST1) (*)* Sachant que la propulsion due au joueur de hockey dure 0,5 seconde et que le mouvement est uniformément accéléré, quelle doit être l'intensité de la force de propulsion pour que le joueur égale le record du monde de vitesse sur ce plan incliné ?

Dans une deuxième phase, le palet n'est plus en contact avec la crosse et est en mouvement de translation rectiligne vers le haut du plan incliné. On considère les ***frottements comme négligeables***. On note v_0 la vitesse initiale au début de cette deuxième phase.

4. *(BCPST1) (*)* Déterminer l'expression de x(t) déplacement du palet selon l'axe (Ox).
5. *(BCPST1) (*)* Montrer que la distance d parcourue par le palet avant de s'arrêter est donnée par la relation : $d = \frac{v_0^2}{2gsin\alpha}$, où v_0 est la vitesse initiale selon l'axe (Ox) au début de la deuxième phase.

On cherche à établir la distance qui a été nécessaire pour que le palet s'arrête lors de l'établissement du record du monde sur une patinoire de surface horizontale. **Il faut tenir compte des frottements**.

6. *(**)* Exprimer le travail de la composante tangentielle $\overrightarrow{R_T}$ de l'action de la glace sur le palet lors du déplacement du palet.

7. *(**)* Exprimer la distance d' au bout de laquelle le palet s'arrête. Calculer d' lors de l'établissement du record du monde par Aleksandr Riazantsev.

Le coefficient de frottement statique défini dans le document 1 peut être déterminé expérimentalement de la façon suivante : On pose maintenant un solide sur le support S qui fait un angle θ avec le plan horizontal. Le dispositif est représenté sur la **figure 2**. On fait augmenter, à partir d'une valeur faible, l'angle θ en déplaçant lentement un coin et on mesure pour quelle valeur $\theta = \theta_{lim}$ le solide 1 se met glisser.

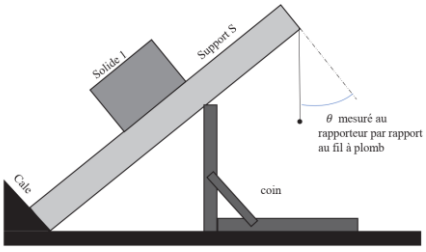


figure 2 : montage expérimental pour déterminer le coefficient de frottement statique

8. *(**)* Montrer qu'il y a glissement dès que le coefficient de frottement f_S vaut $tan\theta_{lim}$. On réalise plusieurs essais successifs de décrochement et la valeur moyenne de θ_{lim} est de l'ordre de 29,5°. En déduire l'ordre de grandeur du coefficient de frottement mesuré.