DM2 pour lundi 02 / 11

Conduction thermique

Soit un chalet en bois munis de 6 fenêtres identiques. Les fenêtres ont un double vitrage. La surface d'une fenêtre vaut $S = 1\ m^2$. *Le double vitrage est constitué de couche de verre d'épaisseur* $e_v = 5\ mm$ *chacune, et d'une couche d'air d'épaisseur* $e_a = 10\ mm$.

1. Donner l'expression de la résistance thermique d'une fenêtre R_{th} en fonction de S, λ_v, λ_a, e_v et e_a. Réaliser l'application numérique.
2. Donner l'expression de la résistance thermique équivalente à l'association des 6 fenêtres $R_{th,total}$. Réalisez l'application numérique.

Pour la suite, on indique que la résistance thermique totale des éléments constituant le bâti du chalet (fenêtres, mur, porte d'entrée, sol) vaut $R_{th,\ chalet} = 0{,}02\ K.W^{-1}$

3. On souhaite maintenir la température du chalet à $\theta_0 = 20°C$. La température extérieure du chalet vaut $\theta_{ext} = 0°C$. Déterminer la puissance thermique de chauffage nécessaire au maintien de la température dans le chalet.
4. La température du chalet vaut $\theta_0 = 20°C$. On arrête le chauffage. Déterminer la température à l'intérieur du chalet au bout de $\Delta t = 1\ jour = 86400\ s$. On donne : $exp\left(-\frac{86400}{60000}\right) \approx 0{,}2$.

Données :

Capacité thermique u chalet : $C = 3 \times 10^6\ J \cdot K^{-1}$

Conductivité thermique :

- Verre : $\lambda_v = 1\ W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}1{,}2$

- Air : $\lambda_a = 0{,}02\ W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

Mécanique du point

Exercice 1

Un enfant lance avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{V_0}$ *faisant un angle* $\alpha = 45°$ *avec une direction* (Ox). *Sur l'axe horizontal, se trouve un autre enfant, de même taille que le premier enfant et à une distance* $D = 10\ m$ *du premier enfant. On considère que le mouvement du frisbee s'effectue dans le plan* (Oxy). *On prendra pour l'accélération de la pesanteur :* $g = 10\ m \cdot s^{-2}$. *On rappelle que* $cos(45°) = sin(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. *On négligera tout frottement.*

1. Déterminer les équations horaires du mouvement du frisbee.
2. Etablir les équations cartésiennes de la trajectoire du frisbee.
3. Exprimer V_0 pour que le second enfant récupère le frisbee sans avoir à bouger. Réaliser l'application numérique.

Exercice 2

Un skieur descend une piste selon la ligne de plus grande pente faisant un angle α *avec l'horizontale. On note* $\vec{T}$ *et* $\vec{N}$, *les composantes tangentielle et normale de la réaction exercée par la neige, et* f *le coefficient de frottement dynamique tel que :* $\|\vec{T}\| = f\|\vec{N}\|$. *L'axe (Ox) correspond à la ligne de la plus grande pente. On note (Oy) la normale à la piste dirigée vers le haut. Données :* $m = 80\ kg$, $\alpha = 45°$, $f = 0{,}05$, $g = 10\ m \cdot s^{-2}$. *On néglige la résistance de l'air. On rappelle que* $cos(45°) = sin(45°) \approx 0{,}7$.

1. En projetant le principe fondamental de la dynamique suivant l'axe (Oy), établir les expressions des normes de $\vec{N}$ puis de $\vec{T}$. Réaliser les applications numériques.

2. A une date prise comme origine des temps, le skieur tombe. Sa vitesse est alors égale à $v_0 = 14\ m \cdot s^{-1}$. On considère que le coefficient de frottement sur le sol est multiplié par 20. En projetant le principe fondamental de la dynamique suivant l'axe (Ox), calculer la distance parcourue par le skieur avant de s'arrêter.

Exercice 3

On étudie la sédimentation d'un globule rouge dans le plasma sanguin, sous l'effet de la pesanteur. On choisit un axe Oz descendant pour repérer sa position. Le globule rouge est sphérique, de rayon R = 1 µm et de masse volumique $\mu_0 = 1100\ kg.m^{-3}$; la force de frottement qu'il subit, s'écrit : $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$, où $\alpha = 10^{-8}\ kg \cdot s^{-1}$. Le plasma, de masse volumique $\mu = 1000\ kg.m^{-3}$ se trouve dans un tube à essais de hauteur H = 10 cm.

1. Déterminer l'équation différentielle du mouvement du globule, satisfaite par sa vitesse v.
2. Montrer qu'il existe une vitesse limite, notée v_∞.
3. On suppose que cette vitesse limite est atteinte très rapidement. Calculer la durée de la sédimentation. Comparer à un temps τ, que l'on définira, caractéristique du phénomène de sédimentation. Conclure.

Exercice 4

Un jeune singe, modélisé par une masse ponctuelle $m = 10\ kg$, décide de faire de la gymnastique. Il repère une liane fixée à l'une de ses extrémités à une branche fixe. La liane peut être assimilé à ressort idéal, de longueur à vide $\ell_0 = 1{,}0\ m$, constante de raideur $k = 200\ N \cdot m^{-1}$ et de masse négligeable. On prendra pour l'accélération de la pesanteur : $g = 10\ m \cdot s^{-2}$. On négligera, pour cette étude, tout frottement (avec l'air et interne au ressort).

Le singe s'accroche délicatement à l'extrémité inférieure du ressort et reste immobile. Le ressort s'étire et le système atteint une position d'équilibre.

1. Déterminer la longueur finale ℓ_{eq} à l'équilibre du ressort.

Pendant qu'il est à l'équilibre, le singe décide de s'amuser. Il tire le ressort vers le bas pour l'étirer d'une distance supplémentaire $A = 10\ cm$ par rapport à sa position d'équilibre, puis il se lâche sans vitesse initiale à l'instant t = 0. Le singe commence alors à osciller verticalement.

On repère la position du singe par rapport à la position d'équilibre grâce à un axe vertical (Oy) orienté vers le haut, dont l'origine O correspond à la position d'équilibre de la masse m. On note $y(t)$ la position du singe à un instant t.

2. Montrer que l'équation différentielle du mouvement vérifiée par $y(t)$ s'écrit : $\ddot{y} + \omega_0^2 y = 0$. Donner l'expression de la pulsation propre ω_0 en fonction de k et m, puis calculer sa valeur numérique. Aide au calcul : $\sqrt{20} \approx 4{,}5$.

3. En déduire la valeur numérique de la période propre T_0 des oscillations.

4. Résoudre l'équation différentielle pour trouver l'expression de $y(t)$.

5. Calculer la vitesse maximale v_{max} atteinte par le singe au cours de son mouvement.