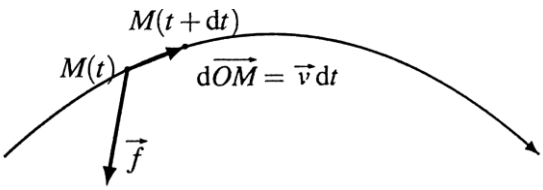
Chapitre 5 : Approche énergétique du mouvement d'un point matériel
Cadre d'étude : cas d'un système modélisé par un point matériel

I. Puissance, travail et énergie cinétique



1. Puissance et travail d'une force

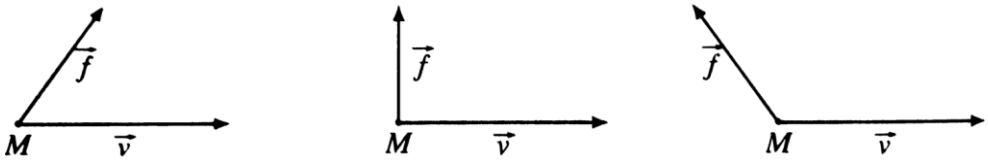
- **Puissance d'une force**



La **puissance de la force** $\vec{f}$ appliquée au point matériel M, animé de la vitesse $\vec{v}$ est définie par :

La puissance dépend du référentiel d'étude

- **Caractère moteur ou résistant d'une force**



- **Travail élémentaire d'une force**

Le **travail élémentaire de la force** $\vec{f}$ de puissance $P(\vec{f})$, appliquée au point matériel M, pendant un intervalle de temps dt s'écrit :

Expression en coordonnées cartésiennes :

- **Travail d'une force au cours d'un déplacement le long d'une trajectoire**

Caractère moteur ou résistant d'une force :

Cas du travail d'une force constamment perpendiculaire au mouvement :

- **Travail d'une force constante**

- **Travail d'une force conservative**

Toute force dont le travail ne dépend pas du chemin suivi, mais uniquement du point de départ et du point d'arrivée, est une force conservative

➟ **Application n°1 :**

1) Exprimer le travail du poids (dans un champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme)

2) Exprimer le travail de la force de rappel d'un ressort (de constante de raideur k)

2. Théorème de l'énergie cinétique dans un référentiel galiléen dans le cas d'un système modélisé par un point matériel

- **Définition de l'énergie cinétique**

L'**énergie cinétique d'un point matériel M** (de masse m) de vitesse $\vec{v}$ dans un référentiel $\mathcal{R}$ est définie par :

Remarque : l'énergie cinétique dépend du référentiel d'étude

- **Théorème de l'énergie cinétique dans un référentiel galiléen**

Enoncé : Dans un **référentiel galiléen**, la variation d'énergie cinétique d'un point matériel entre deux instants est égale au travail des forces qui s'exercent que ce point (entre ces deux instants) :

Sous forme macroscopique **Sous forme infinitésimale**

Théorème de la puissance cinétique :

Démonstration :

➟ **Application n°2 : Exploitation du théorème de l'énergie cinétique**

Une voiture de masse $m = 1{,}5 \times 10^3 kg$ *roule à la vitesse de* $50\ km.h^{-1}$ *sur une route horizontale. Devant un imprévu, le conducteur freine brutalement et s'arrête sur une distance* $d = 15\ m$*. On modélise la force de freinage par une force constante opposée à la vitesse.*
Calculer le travail ainsi que la norme de la force de freinage

II. Champ de force conservative et énergie potentielle

1. Force conservative et énergie potentielle

Définition : $\vec{F}$ est une **force conservative** s'il existe une fonction E_P, appelée **énergie potentielle**, telle que :

Retour sur la propriété du travail d'une force conservative :

le travail d'une force conservative ne dépend pas du chemin suivi, mais uniquement du point de départ et du point d'arrivée

Remarque : Une force qui dépend de la vitesse (exemple de la force de frottement fluide) n'est jamais conservative. Les forces constantes et les forces qui ne dépendent que de la position sont en générales conservatives.

2. Expressions de l'énergie potentielle de pesanteur et de l'énergie potentielle élastique

⟶ **Application n°3 :**

1. **Déterminer l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur (dans un champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme)**

2. **Déterminer l'expression de l'énergie potentielle élastique (pour un ressort de de constante de raideur k)**

3. Relation entre la force conservative $\vec{F}$ et la dérivée spatiale de l'énergie potentielle E_P dans un cas unidimensionnel

- **Cas du poids et la force de rappel élastique d'un ressort :**

$\overrightarrow{P} = -\frac{dE_{pp}}{dz}\overrightarrow{u_z}$

$\overrightarrow{F_R} = -\frac{dE_{pe}}{dx}\overrightarrow{u_x}$ cas général : $\overrightarrow{F_R} = -\frac{dE_{pe}}{d\ell}\vec{u}$ ($\vec{u}$ dans le sens de l'allongement du ressort)

- **Sens de la force et variation d'énergie potentielle :**

Cas où $\vec{F} = F(x)\overrightarrow{u_x}$: $\overrightarrow{F} = -\frac{dE_p}{dx}\overrightarrow{u_x}$

Signe de $\frac{dE_p}{dx}$			
Sens de $\vec{F}$			
Conclusion			

- **Remarque : dans le cas où le système ne dépend que de la coordonnées cylindrique ou sphérique r : $\overrightarrow{F} = F(r)\overrightarrow{u_r}$**

$$\overrightarrow{F} = -\frac{dE_p}{dr}\overrightarrow{u_r}$$

⟶ **Application n°4 : Exploitation de la relation entre la force et la dérivée spatiale de l'énergie potentielle**

1. **Déterminer l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur (dans un champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme)**

2. **Déterminer l'expression de la force de rappel élastique**

III. Energie mécanique

1. Définition de l'énergie mécanique

L'**énergie mécanique** d'un point matériel est la somme de l'énergie cinétique et des énergies potentielles :

2. Théorème de l'énergie mécanique

- **Enoncé**

Dans un référentiel **galiléen**, la variation d'énergie mécanique au cours du mouvement entre deux instants est égale aux travaux des forces non conservatives (qui ne dérivent pas d'une énergie potentielle) :

En terme d'énergie :

Sous forme intégrale :

Sous forme infinitésimale :

En terme de puissance :

- **Démonstration**

3. Mouvement conservatif

Mouvement conservatif

En présence de forces conservatives $\overrightarrow{F_c}$ et/ou à des forces ne travaillant pas $\overrightarrow{F_0}$:

Mouvement dissipatif :

En présence de forces non conservatives $\overrightarrow{F_{nc}}$ qui travaillent :

⟶ Application n°5 : Exploitation du théorème de l'énergie mécanique

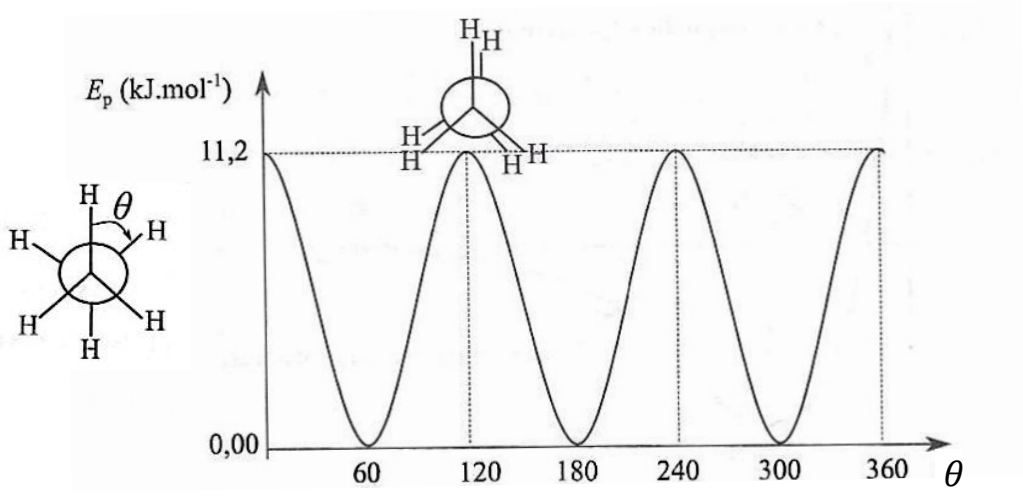
Un adulte (m=70kg) descend un toboggan d'une hauteur h=5,0m faisant un angle α=45° avec le sol. On prendra $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

1) **Déterminer la vitesse de la personne en bas du toboggan en absence de frottement.**

2) **En réalité il s'exerce une force de frottement $\vec{T}$ dont la norme est $\|\vec{T}\| = f\|\vec{R}\|$, où $f = 0{,}40$ est le coefficient de frottement et $\vec{R}$ la réaction normale. Déterminer alors la vitesse de la personne en prenant en compte cette force de frottement.**

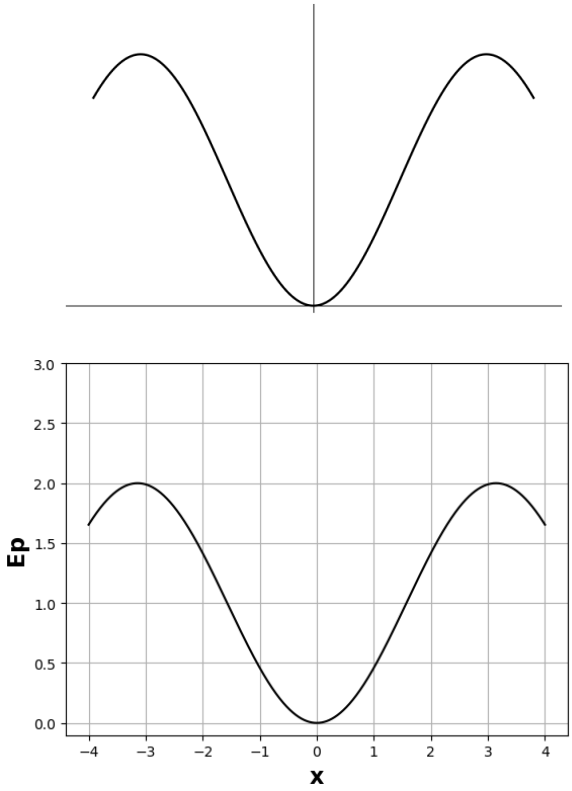
IV. Mouvement conservatif à un degré de liberté

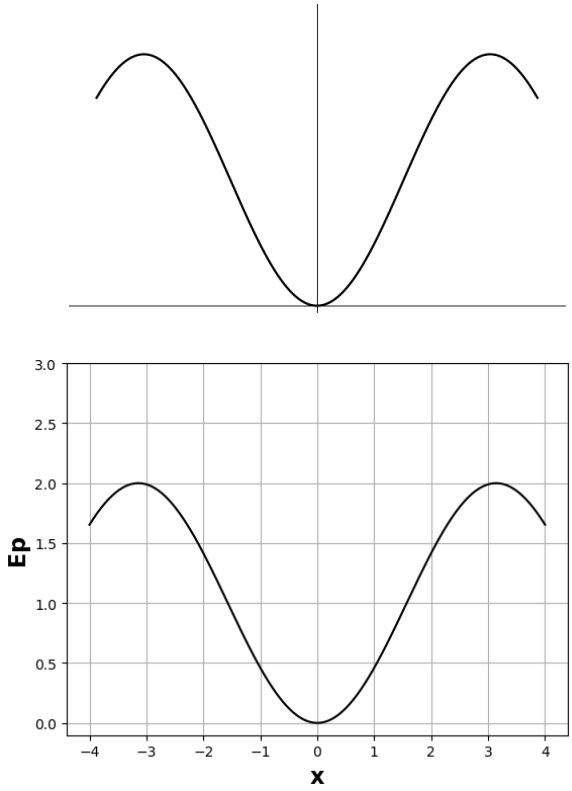
- **<u>Barrière et puits d'énergie potentielle</u>**



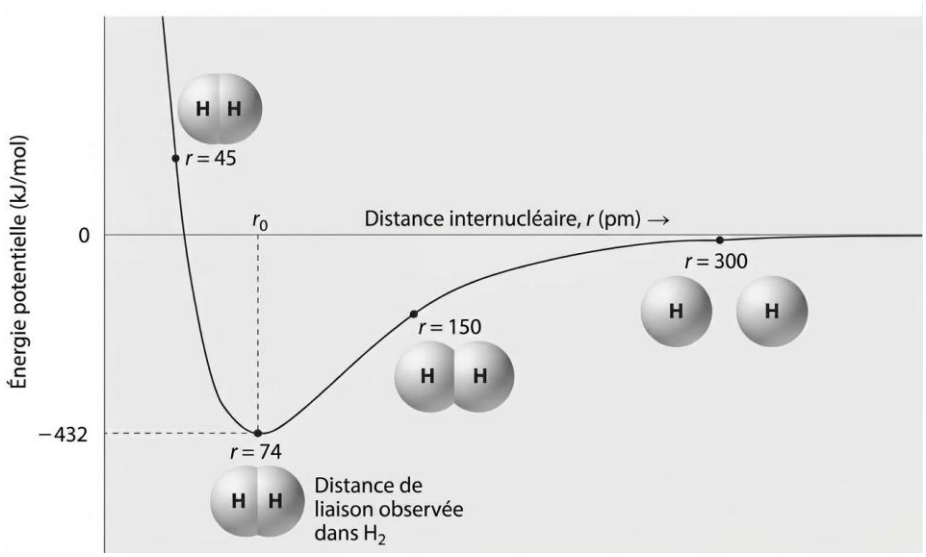
- **Trajectoire bornée ou non, Positions accessibles, Points de vitesse nulle**

Position du problème :





- **Application à la liaison chimique**



4. Positions d'équilibre et Stabilité

Définitions

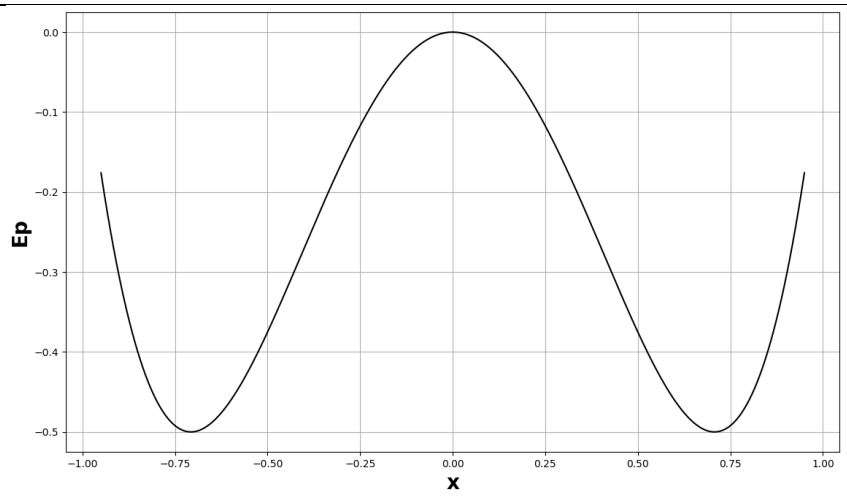
Un point matériel est en **équilibre** lorsque sa vitesse est nulle à tout instant $\vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F} = \vec{0}$

Si on écarte le point matériel de sa position d'équilibre :

L'équilibre sera **stable** s'il revient vers sa position d'équilibre

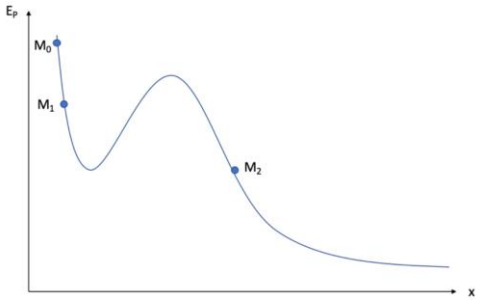
L'équilibre sera **instable** s'il s'écarte définitivement de sa position d'équilibre initiale

Analyse graphique

Signe de $\frac{dE_p}{dx}$	
Sens de $\vec{F}$	
	
Signe de $\left(\frac{d^2E_p}{dx^2}\right)_{x=x_{eq}}$	
Stabilité de l'équilibre	

⟶ Application n°6 :

Une particule M soumise à l'action d'une force conservative $\vec{F}$ est astreinte à se déplacer le long d'un axe horizontal (O*x*). Le graphe donnant les variations de l'énergie potentielle en fonction de *x* est le suivant :



1. Déterminer qualitativement les positions d'équilibre du système. Préciser s'il s'agit de positions stables ou instables.

2. Décrire le mouvement de la particule si elle est abandonnée en M_1 sans vitesse initiale. Même question en M_2 puis en M_0.

Les questions à se poser à l'issue de ce chapitre

Cours de 1ère année

- Est-ce que je sais citer les 3 lois de Newton ?
- Est-ce que je sais établir les équations horaires du mouvement et l'équation de la trajectoire dans le cas d'un mouvement dans un champ de pesanteur uniforme ?
- Est-ce que je sais établir et résoudre dans le cas du modèle d'une force de frottement fluide linéaire en vitesse, l'équation différentielle du mouvement faisant apparaître la constante de temps du phénomène ainsi que la vitesse limite ?
- Est-ce que je sais à quoi correspond les lois de Coulomb ?

Puissance et travail d'une force

- Est-ce que je connais l'expression de la puissance et du travail d'une force ?
- Est-ce que je sais établir l'expression du travail du poids ? de la force de rappel d'un ressort ?

Energie potentielle, énergie mécanique, Théorème de l'énergie cinétique, Théorème de l'énergie mécanique

- Est-ce que je connais le lien entre champ de forces conservatives et énergie potentielle (cas unidimensionnel) ?
- Est-ce que je connais l'expression de l'énergie mécanique ?
- Est-ce que je sais citer le théorème de l'énergie cinétique ? Est-ce que je sais l'utiliser pour déterminer un travail ou une vitesse ?
- Est-ce que je sais citer le théorème de l'énergie mécanique ? Est-ce que je sais l'exploiter pour étudier un mouvement conservatif ?
- Dans quel cas faut-il étudier un problème de mécanique à l'aide d'un théorème énergétique ?

Mouvement conservatif à un degré de liberté

Sur un graphe d'énergie potentielle :

- est-ce que je sais identifier une barrière et un puits d'énergie potentielle ?
- est-ce que je sais décrire qualitativement le comportement d'un système : trajectoire bornée ou non, positions accessibles, positions de vitesse nulle.
- est-ce que je sais reconnaître l'existence de positions d'équilibre et analyser qualitativement la nature stable ou instable de ces positions