Semaine du lundi 11 novembre au vendredi 15 novembre 2024
Semaine 6

Probabilités et **Variables aléatoires discrètes : X(Ω) fini ou infini dénombrable**
Même programme que la semaine 5

Polynômes

- Degré, coefficient dominant
- Opérations : somme, produit, composée
- Racine d'un polynôme, caractérisation
- Racine multiple, caractérisation
- Ordre de multiplicité d'une racine, définition.
  Attention la caractérisation par les dérivées successives est hors-programme
- Relation coefficients-racines pour les polynômes de degré 2

Questions de cours ou petit exercice.

1. Citer sans démonstration le théorème de transfert. Puis exercice à détailler :
   Soit $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ avec $p \in]0,1[$. Justifier que $Y = X^2$ admet une espérance et la calculer.
2. Inégalité de Bienaimé-Tchebychev : énoncé, schéma et démonstration (Démonstration à partir de l'inégalité de Markov, qu'on ne redémontre pas ici).
3. Soit $P \in \mathbb{R}[X]$, soit $\alpha \in \mathbb{C}$. Si α est racine de P alors $\overline{\alpha}$ est racine de P.
4. soit $P(X) = X^4 + X^3 - 2X^2 - 3X + 3$. Justifier que 1 est racine multiple du polynôme P.
   Puis factoriser P en produits de polynômes du 1er degré de $\mathbb{C}[X]$.
5. Résoudre dans $\mathbb{C}^2$: $\begin{cases} x + y = \sqrt{2} \\ xy = 2 \end{cases}$.
   Donner l'écriture algébrique, le module et un argument des solutions.
6. On considère l'espace vectoriel $\mathbb{R}[X]$. Soient $P_0 = 1$, $P_1 = X - 1$ et $P_2 = (X-1)^2$.
   Montrer que le polynôme $P = 3X^2 + X - 1$ est combinaison linéaire des vecteurs P_0, P_1, P_2.