Semaine du lundi 1er décembre au vendredi 5 décembre 2025
Semaine 10

Espaces vectoriels Programme de la semaine 9.

Applications linéaires

- Définition. Opérations sur les applications linéaires ($+$, ., $\circ$, application réciproque).
- Noyau, image, propriétés.
- Caractérisation de f injective, f surjective, f bijective, f inversible.
- Opérations sur les applications linéaires ($+$, ., $\circ$, application réciproque), propriétés.

En dimension finie :

- Détermination de f par l'image d'une base.
- f linéaire est injective de E dans F ssi f transforme une base de E en une famille libre de F.
- f linéaire est surjective de E sur F ssi f transforme une base de E en une famille génératrice de F.
- f est un isomorphisme de E sur F ssi f transforme une base de E en une base de F.
- Si $f \in$ L(E,F) , E de dimension finie et dimE$=$dimF alors :
  f injective $\Leftrightarrow$ f surjective de E sur F $\Leftrightarrow$ f bijective de E sur F.
- Rang d'une application linéaire.
- Théorème du rang.

Matrices

- Représentation matricielle d'une application linéaire dans des bases données.
- Lien entre les opérations matricielles et les opérations entre applications linéaires associées.
- Matrice inversible, calcul de l'inverse d'une matrice.
- Rang d'une matrice

Remarque : Rien cette semaine sur les matrices de passage d'une base à une autre.

Questions de cours : démonstration

1. Toutes les bases d'un même espace vectoriel de dimension finie non nulle sont de même cardinal.
2. Soit E un espace vectoriel de dimension finie n non nulle et $\mathcal{F}$ une famille de vecteurs de E :
   Si card($\mathcal{F}$)$=n$ et $\mathcal{F}$ est une famille libre alors $\mathcal{F}$ est une base de E.
3. Soit f une application linéaire de E dans F : f est injective si et seulement si ker$f$=$\{O_E\}$.
4. Soit E un espace vectoriel de dimension finie non nulle et $f \in$ L(E,F).
   Si f transforme une base de E en une famille libre de F alors f est injective.