Semaine du lundi 8 décembre au vendredi 12 décembre 2025
Semaine 11

Applications linéaires

— Définition. Opérations sur les applications linéaires ($+$, ., $\circ$, application réciproque).
— Noyau, image, propriétés.
— Caractérisation de f injective, f surjective, f bijective, f inversible.
— Opérations sur les applications linéaires ($+$, ., $\circ$, application réciproque), propriétés.

En dimension finie :

— Détermination de f par l'image d'une base.
— f est un isomorphisme de E sur F ssi f transforme une base de E en une base de F.
— Si $f \in$ L(E,F) , E de dimension finie et dimE=dimF alors :
f injective $\Leftrightarrow$ f surjective de E sur F $\Leftrightarrow$ f bijective de E sur F.
— Rang d'une application linéaire.
— Théorème du rang.

Matrices

— Représentation matricielle d'une application linéaire dans des bases données.
— Lien entre les opérations matricielles et les opérations entre applications linéaires associées.
— Matrice inversible, calcul de l'inverse d'une matrice.
— Rang d'une matrice

Changement de bases

— Matrice de passage d'une base à une autre : définition, propriété.
— Formule de changement de base pour les coordonnées d'un vecteur.
— Formule de changement de base pour la matrice d'un endomorphisme.
— Matrices semblables. Propriétés.

Questions de cours :

1. Soit E un espace vectoriel de dimension finie non nulle et $f \in$ L(E,F).
   Si f transforme une base de E en une famille libre de F alors f est injective, démonstration.
2. Définition de la matrice de passage d'une base à une autre.
   Formule de changement de base pour la matrice d'un endomorphisme, énoncé et justification.
3. Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel. Soit f un endomorphisme de E.
   Définition d'une valeur propre λ de f, et du sous-espace propre associé noté $E_\lambda(f)$.
   Propriétés de $E_\lambda(f)$, énoncés et justifications.
   Soient λ et μ deux valeurs propres distinctes de f, que dire de $E_\lambda(f) \cap E_\mu(f)$? (Démonstration)