

Semaine du lundi 9 février au vendredi 13 février 2026  
Semaine 17

**Variable aléatoire à densité :**

- Définition d'une variable aléatoire à densité, propriétés de sa fonction de répartition.
- Caractérisation d'une densité :  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ , positive, continue sur  $\mathbb{R}$  sauf éventuellement en un nombre fini de points, et  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt$  converge et est égale à 1.
- Lois usuelles : loi uniforme sur un segment, loi exponentielle, loi normale.
- Caractérisation d'une variable aléatoire à densité par les propriétés de sa fonction de répartition :  $F_X$  est continue sur  $\mathbb{R}$  et de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $\mathbb{R}$  sauf éventuellement en un nombre fini de points.
- Loi de  $Y = u(X)$ . Pas de développement théorique, vu uniquement sur des exemples.
- Loi de  $Y = aX + b$  avec  $a \neq 0$  et  $X$  suit une loi normale.
- Espérance et variance : définitions, propriétés.
- Théorème de transfert.
- Loi de probabilité de la somme de deux variables à densité indépendantes, produit de convolution.
- Somme de variables aléatoires indépendantes suivant des lois normales.

**Attention, message pour les colleurs et colleuses :** s'il y a besoin, la propriété sur la loi de probabilité de la somme de deux variables à densité indépendantes, et produit de convolution doivent être énoncés dans le sujet. La convergence de l'intégrale généralisée du produit de convolution est admise et n'est pas à questionner.

**Questions de cours possibles : énoncé sans démonstration**

- Expressions et représentations graphiques d'une densité et de la fonction de répartition d'une loi uniforme sur  $[a, b]$  (ou  $]a, b]$ ,  $]a, b[$ , ou  $[a, b[$ ).
- Expressions et représentations graphiques d'une densité et de la fonction de répartition d'une loi exponentielle de paramètre  $\alpha > 0$ .
- Expressions et représentations graphiques d'une densité d'une loi normale de paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$ . Propriétés de la fonction de répartition d'une loi normale centrée-réduite.
- Définition de l'espérance d'une variable aléatoire  $X$  admettant une densité  $f$ .
- A quelle(s) condition(s) sur sa fonction de répartition, une variable aléatoire  $X$  admet-elle une densité de probabilité ? Comment détermine-t-on alors une densité de  $X$  ?
- Énoncer le théorème de transfert dans le cadre d'une variable aléatoire réelle à densité.
- Propriété de la somme de variables aléatoires indépendantes suivant des lois normales.