

Semaine du lundi 9 février au vendredi 13 février 2026
Semaine 17

Variable aléatoire à densité :

- Définition d'une variable aléatoire à densité, propriétés de sa fonction de répartition.
- Caractérisation d'une densité : f définie sur \mathbb{R} , positive, continue sur \mathbb{R} sauf éventuellement en un nombre fini de points, et $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt$ converge et est égale à 1.
- Lois usuelles : loi uniforme sur un segment, loi exponentielle, loi normale.
- Caractérisation d'une variable aléatoire à densité par les propriétés de sa fonction de répartition : F_X est continue sur \mathbb{R} et de classe \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R} sauf éventuellement en un nombre fini de points.
- Loi de $Y = u(X)$. Pas de développement théorique, vu uniquement sur des exemples.
- Loi de $Y = aX + b$ avec $a \neq 0$ et X suit une loi normale.
- Espérance et variance : définitions, propriétés.
- Théorème de transfert.
- Loi de probabilité de la somme de deux variables à densité indépendantes, produit de convolution.
- Somme de variables aléatoires indépendantes suivant des lois normales.

Attention, message pour les colleurs et colleuses : s'il y a besoin, la propriété sur la loi de probabilité de la somme de deux variables à densité indépendantes, et produit de convolution doivent être énoncés dans le sujet. La convergence de l'intégrale généralisée du produit de convolution est admise et n'est pas à questionner.

Questions de cours possibles : énoncé sans démonstration

- Expressions et représentations graphiques d'une densité et de la fonction de répartition d'une loi uniforme sur $[a, b]$ (ou $]a, b]$, $]a, b[$, ou $[a, b[$).
- Expressions et représentations graphiques d'une densité et de la fonction de répartition d'une loi exponentielle de paramètre $\alpha > 0$.
- Expressions et représentations graphiques d'une densité d'une loi normale de paramètres μ et σ^2 . Propriétés de la fonction de répartition d'une loi normale centrée-réduite.
- Définition de l'espérance d'une variable aléatoire X admettant une densité f .
- A quelle(s) condition(s) sur sa fonction de répartition, une variable aléatoire X admet-elle une densité de probabilité ? Comment détermine-t-on alors une densité de X ?
- Énoncer le théorème de transfert dans le cadre d'une variable aléatoire réelle à densité.
- Propriété de la somme de variables aléatoires indépendantes suivant des lois normales.