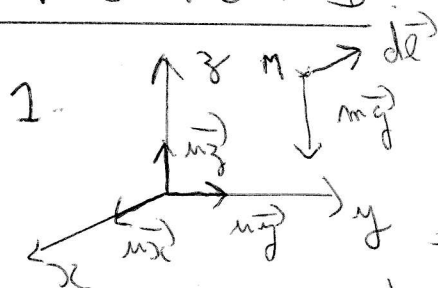


PHYSIQUEProblème n°1 :

Travail du Poids lors d'un déplacement $d\vec{l}$ du point M :

$$\delta W = \vec{m\vec{g}} \cdot d\vec{l} = (0\vec{u}_x + 0\vec{u}_y - mg\vec{u}_z) \cdot (dx\vec{u}_x + dy\vec{u}_y + dz\vec{u}_z)$$

$\Rightarrow \delta W = -mg dz \Rightarrow$ Par intégration le travail sur un trajet AB ne dépend pas du trajet reliant A à B mais seulement de z_A et z_B selon $W_{AB} = \int_{z_A}^{z_B} -mg dz = -mg(z_B - z_A)$

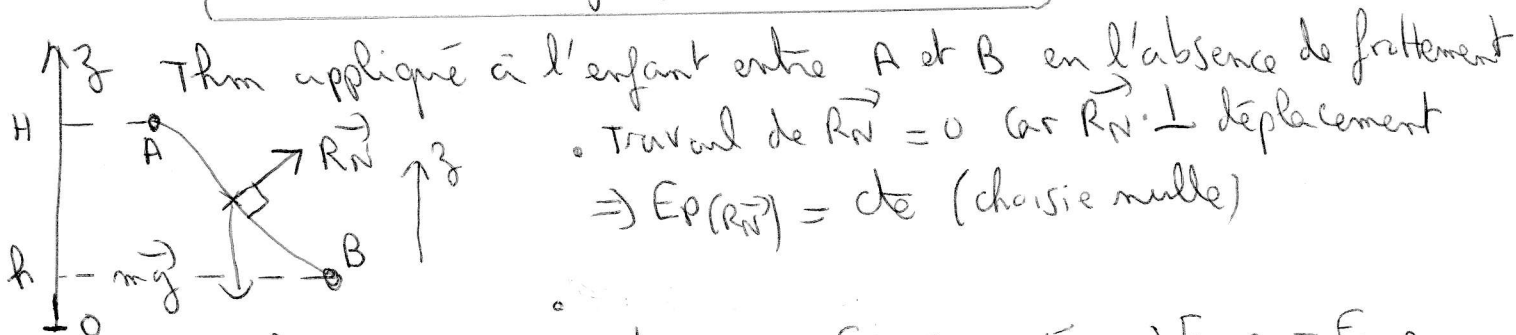
$\Rightarrow$ on peut associer au poids une énergie potentielle E_p telle que :

$$W_{AB} = -mg(z_B - z_A) = -(E_p(z_B) - E_p(z_A))$$

$\Rightarrow$ Pour une variation d'altitude dz $\delta W = -mg dz = -dE_p$

$$\Rightarrow E_p = mgz + \text{cte} \quad \text{en choisissant } E_p(z=0) = 0$$

2. $E_{mB} - E_{mA} = W_{A \rightarrow B}$
forces NON conservatives



• Travail de $\vec{R}_N = 0$ car $\vec{R}_N \perp$ déplacement

$$\Rightarrow E_p(\vec{R}_N) = \text{cte (choisie nulle)}$$

Pas de force non conservative $\Rightarrow E_m$ conservée $\Rightarrow E_{mB} = E_{mA}$

$$\text{soit } (E_{pB} + E_{cB}) = (E_{pA} + E_{cA})$$

$$mgh + \frac{1}{2}mv_B^2 = mgH + 0 \quad (v_A=0) \Rightarrow v_B = \sqrt{2g(H-h)}$$

3. A.N. $v_B = \sqrt{2 \times 10 (21 - 1)} = 20 \text{ m.s}^{-1}$

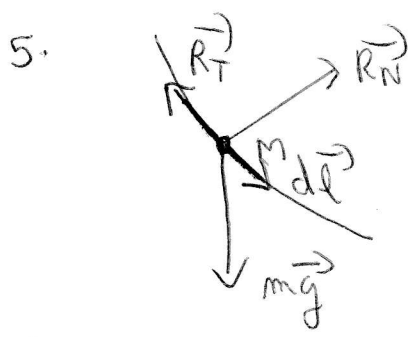
4- En présence de $\vec{R}_T$ non conservative $E_{mB} - E_{mA} = W_{\vec{R}_T}$

soit $(E_{pB} + E_{cB}) - (E_{pA} + E_{cA}) = W_{\vec{R}_T}$

$$mgh + \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh - 0$$

$$\Rightarrow W_{\vec{R}_T} = mgh - mgh + \frac{1}{2}mv_B^2 = 50 \times 10 (1 - 21) + \frac{1}{2} \times 50 \times (10)^2$$

$$W_{\vec{R}_T} = -7500 \text{ J} = \boxed{-7,5 \text{ kJ}}$$



$\vec{R}_T$ et $d\vec{l}$ colinéaires de sens opposés

$$\Rightarrow \vec{R}_T \cdot d\vec{l} = -\|\vec{R}_T\| \|d\vec{l}\|$$

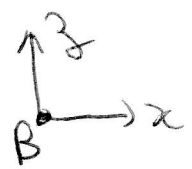
$\Downarrow$

$$6- \quad W_{\vec{R}_T} = \int_A^B \vec{R}_T \cdot d\vec{l} = \int_A^B \underbrace{-\|\vec{R}_T\|}_{\text{cte}} \|d\vec{l}\| = \boxed{-\|\vec{R}_T\| \cdot L}$$

Donc $\|\vec{R}_T\| = \frac{-W_{\vec{R}_T}}{L} = \frac{7,5 \cdot 10^3}{37,5} = \boxed{200 \text{ N}}$

7- PFD appliqué à l'enfant dans un R galiléen

$m\vec{a} = m\vec{g}$ Projection sur Bx et Bz



$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_x = \text{cte}_1 = v_B \\ v_z = -gt + \text{cte}_2 \end{cases}$$

A $t=0$ l'enfant est en B avec une vitesse v_B horizontale

donc $v_z(t=0) = v_{Bz} = 0 \Rightarrow \text{cte}_2 = 0$

et $v_x(t=0) = v_{Bx} = v_B$

2^e intégration $\begin{cases} x(t) = v_B \cdot t + \cancel{c_1}^0 \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + \cancel{c_2}^0 \end{cases}$

Si on choisit l'origine du repère en B car alors $x(t=0) = x_B = 0$
 $z(t=0) = z_B = 0$

Equation de la trajectoire :

$$t = \frac{x}{v_B} \Rightarrow z(x) = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_B} \right)^2$$

Lorsque l'enfant touche l'eau il a parcouru d selon la direction horizontale avec $z_c = z(x_c) = -h$ soit.

$$-h = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x_c}{v_B} \right)^2 \Rightarrow \boxed{x_c = d = v_B \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

A.N : $\underline{d} = 10 \sqrt{\frac{2 \times 1}{10}} = \boxed{4,47 \text{ m}}$

8. PFD à l'enfant dans un Rgaliléen

$$m \vec{a} = m \vec{g} + \vec{T}_{\text{Archimède}} + (-k \vec{v}) \text{ projeté sur } Ox \rightarrow$$

$$m \ddot{x} = 0 + 0 - k \dot{x} \Leftrightarrow m \frac{dv_x}{dt} = -k v_x$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{dv_x}{dt} + \frac{k}{m} v_x = 0}$$

9. $\boxed{\tau = \frac{m}{k}}$

10. question 7 $\Rightarrow v_x = \text{cte sur } BC$ donc $v_{xc} = v_{xB} = v_B$

et $v_{xc} = v_x(t=0)$ si on choisit une nouvelle origine des temps en C pour cette phase du mouvement.

$\uparrow$
seule composante de $\vec{v}$ en B

11. Intégration de l'équation différentielle:

$$v_x(t) = A \cdot e^{-t/\tau} \text{ avec } \tau = \frac{m}{k}$$

$$\text{à } t=0 \quad v_x(t=0) = v_B \Rightarrow \underline{v_x(t) = v_B e^{-t/\tau}}$$

• Si $t=0$ $v_x = v_B$ cohérent avec la courbe car $v_x(t=0) = 10 \text{ ms}^{-1}$ correspond bien à v_B

• Si $t \rightarrow \infty$ $v_x \rightarrow 0$ et la courbe montre que $v_x \rightarrow 0$ $t \rightarrow +\infty$

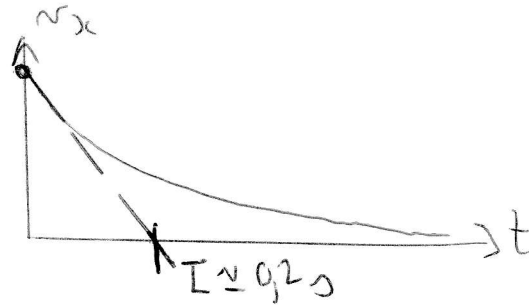
12. on relève $v_x = 2 \text{ ms}^{-1}$ pour $t = 0,32 \text{ s}$

d'après 11. on déduit $\ln \frac{v_x}{v_B} = -\frac{t}{\tau} \Rightarrow \tau = 0,32 / \ln \frac{v_B}{v_x}$

A.N : $\underline{\tau} = 0,32 / \ln \frac{10}{2} = \boxed{0,2 \text{ s}}$

$$\underline{h = \frac{m}{L} = \frac{50}{0,2} = 250 \text{ kg s}^{-1}}$$

Remarque : on peut aussi accéder à τ en traçant la tangente à la courbe à l'origine. Cette tangente coupe l'axe des temps en $t = \tau$



$$\begin{aligned} 13. \quad v_x(t) = \dot{x} &= v_B e^{-t/\tau} \Rightarrow x(t) = v_B (-\tau) e^{-t/\tau} + \text{cte} \\ x(t=0) = x_0 &= 0 = -\tau v_B + \text{cte} \Rightarrow \text{cte} = \tau v_B \\ \boxed{x(t) = \tau v_B (1 - e^{-t/\tau})} \end{aligned}$$

Au bout d'un temps $> 5\tau$ environ $x(t) \rightarrow \boxed{\tau \cdot v_B = d'}$
car $e^{-t/\tau} \rightarrow 0$

$$\text{AN } d' = 0,2 \times 10 = 2 \text{ m.}$$

$$14. \quad \underline{\text{Distance de sécurité}} = d + d' = 4,47 + 2 = \boxed{6,5 \text{ m}}$$

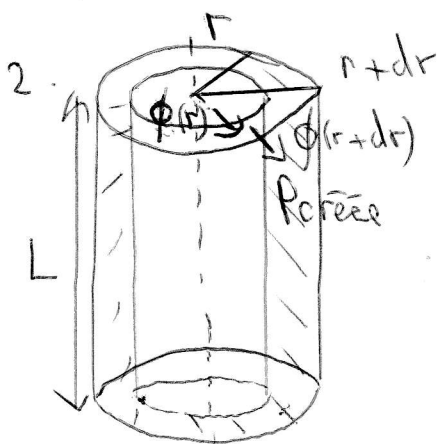
Problème n°2 : l'Uranium, combustible nucléaire

Partie I

$$1. \quad \text{Loi de Fourier donnant le flux surfacique } \boxed{\frac{\phi_{tr}}{S} = -\lambda \frac{dT}{dr}}$$

Analyse dimensionnelle :

$$\underbrace{\phi_{tr}}_W = -\underbrace{\lambda}_{\frac{m^2}{m \cdot s}} \times \underbrace{S}_{m^2} \frac{dT}{dr} \underbrace{K}_m \Rightarrow W = U \times m \times K \Rightarrow \boxed{\lambda \text{ en } W K^{-1} m^{-1}}$$



Bilan thermique dans le volume dV compris entre les cylindres de rayons r et $r+dr$:

$$\underbrace{\phi_{tr}(r)}_{\text{(entrant)}} - \underbrace{\phi_{tr}(r+dr)}_{\text{(sortant)}} + P_{creee} = 0 \text{ en}$$

régime permanent.

$$\phi_{th}(r) - \phi_{th}(r+dr) = -d\phi_{th}$$

$$P_{crée} \text{ dans } d\tau = 2\pi r L dr = P_v \times d\tau = P_v \times 2\pi L r dr$$

$$\text{donc } -d\phi_{th} + 2\pi L P_v r dr = 0$$

$$\text{soit } \boxed{\frac{d\phi_{th}}{dr} = 2\pi L P_v \cdot r}$$

$$3. \Rightarrow \phi_{th}(r) = 2\pi L P_v \frac{r^2}{2} + cte$$

$$\phi_{th}(r=0) = cte = 0 \Rightarrow \boxed{\phi_{th}(r) = \pi L P_v r^2}$$

$$4. \phi_{th} = -\frac{S_{\text{cylindre}}}{2\pi r L} \frac{dT}{dr} \Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{\phi_{th}}{2\pi L \Delta r} = \frac{-\pi L P_v r^2}{2\pi L \Delta r}$$

$$\text{soit } \frac{dT}{dr} = -\frac{P_v \cdot r}{2\Delta} \Rightarrow T(r) = -\frac{P_v r^2}{4\Delta} + cte$$

$$\text{Condition limite } T(R) = T_e \Leftrightarrow -\frac{P_v R^2}{4\Delta} + cte = T_e \Rightarrow cte = T_e + \frac{P_v R^2}{4\Delta}$$

$$\boxed{T(r) = \frac{P_v}{4\Delta} (R^2 - r^2) + T_e} \quad \text{maximale en } r=0$$

5. Si la fusion du crayon a lieu elle commencera au centre ($r=0$) avec un rayon limite du crayon R_{max} tel que

$$T_{fu} = T(r=0) = \frac{P_v}{4\Delta} (R_{max})^2 + T_e$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{max} = \sqrt{\frac{4\Delta}{P_v} (T_{fu} - T_e)}} = \boxed{1,17 \text{ cm}}$$

$$6. \quad \boxed{\phi_{th}(R) = \pi L P_v R^2 = \pi \times 4 \times 200 \cdot 10^6 \times (10^{-2})^2 = 2,51 \cdot 10^5 \text{ W}}$$

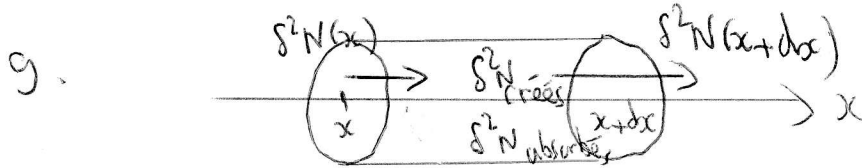
$$7. \quad \text{Rendement} = \frac{P_{elec \text{ produite}}}{P_{th \text{ consommée}} \leftarrow \text{fournie par les } N \text{ crayons}}$$

$$\Rightarrow P_{th \text{ consommée}} = \frac{P_{elec}}{0,37} = N \times \phi_{th}(R) \quad \leftarrow \text{apportée par 1 crayon}$$

$$\Rightarrow \underline{N} = \frac{1,3 \times 10^9}{0,37 \times 2,51 \cdot 10^5} = \boxed{1,4 \cdot 10^4 \text{ crayons}}$$

8. $\phi_{\text{Particules}} = \frac{dN}{dt} = -D \frac{dC}{dx} \times S$ $C = \text{concentration volumique en particules.}$

Signe $\ominus$ car le flux de particules s'effectue dans le sens des concentrations décroissantes.



Bilan dans le volume $dV = S dx$ pendant dt en régime permanent

$$\underbrace{S^2 N(x)}_{\text{entrant}} - \underbrace{S^2 N(x+dx)}_{\text{sortant}} + \underbrace{S^2 N_{\text{créés}}}_{\text{II}} - S^2 N_{\text{absorbés}} = 0$$

$$\phi_0(x) dt - \phi_0(x+dx) dt + \frac{k C(x)}{\tau} dV dt - \frac{C(x)}{\tau} dV dt = 0$$

$$\Rightarrow - \frac{d\phi_0}{dx} dx + \frac{k-1}{\tau} C(x) S dx = 0$$

avec $\phi_0 = -DS \frac{dC(x)}{dx} \Rightarrow DS \frac{d^2 C(x)}{dx^2} + \frac{(k-1)}{\tau} S C(x) = 0$

$$\text{Soit } \boxed{\frac{d^2 C(x)}{dx^2} + \frac{k-1}{\tau \cdot D} C(x) = 0} \quad \boxed{\alpha = \frac{k-1}{\tau}}$$

10. Equation différentielle du second ordre associée au polynôme caractéristique $r^2 + \frac{k-1}{\tau D} = 0$ soit

$$r^2 = -\frac{k-1}{\tau D} < 0 \Rightarrow 2 \text{ racines complexes d'où les}$$

solutions $C(x) = A \cos \sqrt{\frac{k-1}{\tau D}} x + B \sin \sqrt{\frac{k-1}{\tau D}} x$

$$\Rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{k-1}{\tau D}} = \sqrt{\alpha}$$

11. $C(0) = 0 = A + B \sin 0 \Rightarrow \boxed{A = C_0}$

$$\left. \begin{aligned} C\left(\frac{L}{2}\right) &= 0 = C_0 \cos\left(\lambda \times \frac{L}{2}\right) + B \sin\left(\lambda \times \frac{L}{2}\right) \\ C\left(-\frac{L}{2}\right) &= 0 = C_0 \cos\left(-\lambda \times \frac{L}{2}\right) - B \sin\left(\lambda \times \frac{L}{2}\right) \end{aligned} \right\} \text{Différence } \Rightarrow 0 = 2B \sin\left(\lambda \times \frac{L}{2}\right) \Rightarrow \boxed{B=0}$$

Alors $C\left(\frac{L}{2}\right) = 0 = C_0 \cos\left(\lambda \times \frac{L}{2}\right) = C_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k-1}{\tau D}} \frac{L}{2}\right) \Rightarrow \sqrt{\frac{k-1}{\tau D}} \times \frac{L}{2} = \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \boxed{k = 1 + \frac{\pi^2 \tau D}{L^2}}$$