Chapitre PHYS 5 : Conduction thermique

Plan du chapitre :

I. Loi phénoménologique de la conduction thermique : loi de Fourier
1. **Le flux thermique Φ_{th}**
2. **Loi de Fourier**

II. Bilan d'énergie en régime stationnaire
1. **Méthode**
2. **Régime stationnaire sans création/absorption : conservation du flux**
3. **Régime stationnaire avec ou sans création/absorption : applications**

III. Résistances thermiques
1. **Hypothèses et définitions**
2. **Calcul de résistances thermiques**
3. **Associations de résistances thermiques**

IV. Bilan d'énergie en régime quasi-stationnaire
1. **Diffusivité et loi d'échelle**
2. **Bilan thermique sur un système macroscopique dans l'ARQS**

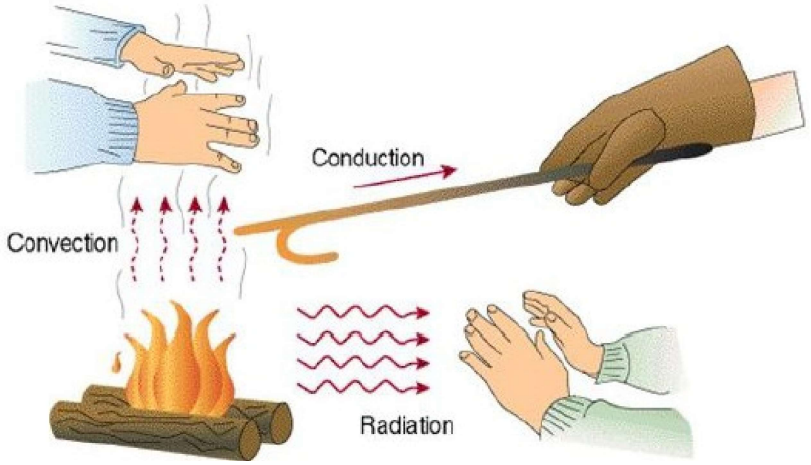
Capacités exigibles :

1. Discuter des dépendances du flux thermique à travers une paroi en fonction de ses paramètres géométriques (épaisseur et surface de la paroi) et physiques (conductivité thermique du milieu).
2. Citer l'ordre de grandeur de la conductivité thermique de l'air, de l'eau et d'un métal, à température et pression ambiantes.
3. Exploiter la relation fournie exprimant le coefficient de diffusivité thermique en fonction de la conductivité thermique, de la masse volumique et de la capacité thermique massique. Exploiter la loi d'échelle liant les échelles caractéristiques spatiales et temporelles et le coefficient de diffusivité thermique.
4. Établir un bilan d'énergie, éventuellement en présence de sources internes. Exploiter la conservation du flux thermique en régime stationnaire et en l'absence de sources internes.

Documents de cours

Document n°1 : Les trois modes de transfert thermique

- La **conduction (ou diffusion) thermique** : une inhomogénéité spatiale de température (= cause) induit un déplacement de chaleur Q (= conséquence) dans le sens des températures décroissantes **sans mouvement macroscopique** de matière. Ce mode de transfert est prépondérant dans les **solides**.
- La **convection** thermique implique un **déplacement macroscopique de matière**, et ne concerne **que les fluides**.
- Le **rayonnement thermique** est émis par tout corps chauffé ; il peut s'effectuer **dans le vide**.



Document n°2 : Loi phénoménologique de Fourier

La loi de Fourier exprime un lien entre la **cause** de la conduction thermique (inhomogénéité de température, $\frac{dT}{dl} \neq 0$) et la **conséquence** (flux thermique Φ_{th} à travers la surface S) :

$$\Phi_{th} = -\lambda S \frac{dT}{dl}$$

- Le coefficient λ positif est la **conductivité thermique** du corps étudié.
- λ s'exprime en $W.m^{-1}.K^{-1}$

Document n°3 : Ordres de grandeur de conductivités thermiques à connaître

- **Mauvais conducteurs (gaz, polystyrène) : $\lambda < 0{,}1$ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$**
  Exemple : $\lambda_{air} = 0{,}026$ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
- **Conducteurs moyens (bois, verre, eau, béton) : $\lambda \approx 0{,}1$ à 10 $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$**
  Exemple : $\lambda_{eau} = 0{,}60$ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
- **Très bons conducteurs (métaux) : $\lambda > 100$ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$**
  Exemple : $\lambda_{cuivre} = 390$ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

Document n°4 : Rappels de géométrie

	Sphère de rayon *R*	**Cylindre** de rayon *R* et de hauteur *h*
Volume	$\frac{4}{3}\pi R^3$	$\pi R^2 h$
Surface	$4\pi R^2$	Latérale : $2\pi Rh$ Supérieure/Inférieure : πR^2

Document n°5 : Transferts conducto-convectif - loi de Newton

À l'interface entre un solide et un fluide (de température T_{fluide} au loin), des phénomènes convectifs apparaissent. Le flux thermique à l'interface est donné par la **loi de Newton** :

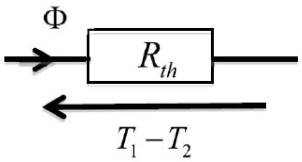
$$\Phi_{paroi \to fluide} = h(T_{paroi} - T_{fluide})S_e$$

- h : coefficient de transfert conducto-convectif en $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$.
- Φ : flux thermique algébrique, arbitrairement orienté de la paroi vers le fluide. Bien sûr si on choisi l'autre convention, $\Phi_{fluide \to paroi} = -h(T_{paroi} - T_{fluide})S_e$.
- S_e : surface de l'interface (ou surface d'échange).

Document n°6 : Résistances thermiques

Définition : Une résistance thermique R_{th} (en $K \cdot W^{-1}$) est le rapport d'une différence de températures (analogue : différence de potentiels) sur un flux thermique Φ (analogue : intensité *I*).
La définition de R_{th} doit toujours être accompagnée d'un schéma.

Résistance thermique



$$R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi} \text{ et } \Phi = \frac{\delta Q}{dt}$$

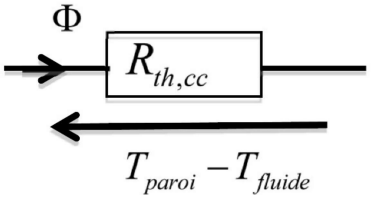
Unité : $K \cdot W^{-1}$

Analogie avec l'électricité : **Résistance électrique**

Se placer toujours en **CONVENTION RÉCEPTEUR** !

Document n°7 : Résistance thermique conducto-convectrice

- Loi de Newton : $\Phi = h(T_{paroi} - T_{fluide})S_e$
- On définit une résistance thermique associée au flux conducto-convectif dans la couche limite par :



$$\frac{T_{paroi} - T_{fluide}}{\Phi} = \frac{1}{hS_e} \Rightarrow R_{th,cc} = \frac{1}{hS_e}$$

Exercices d'application

Exercice d'application n°1 : Cuisson d'une brioche au micro-ondes

On modélise les transferts thermiques lors de la cuisson d'une brioche supposée sphérique de rayon R dans un micro-ondes de puissance P = 1000W. La conductivité thermique de la pâte sera prise égale à $\lambda = 0{,}5\ W.m^{-1}.K^{-1}$.

On admet que seulement 50% de la puissance est transmise dans le volume de la pâte de manière homogène avec une puissance volumique P_v constante. La température T_{ext} dans le four à l'extérieur de la pâte sera supposée constante et uniforme. On négligera le phénomène de conducto-convection à la surface de la pâte. On considère que l'on est en régime stationnaire.

1. Exprimer la puissance volumique P_v créée dans la pâte en fonction de P et R.
2. A partir d'un bilan thermique dans un volume de pâte compris entre 2 sphères très voisines de rayons respectifs r et (r+dr) établir l'équation différentielle vérifiée par la température T(r) à l'intérieur de la pâte.
3. Intégrer cette équation différentielle en ne conservant que les solutions physiquement acceptables sachant que la température au cœur de la brioche a une valeur finie. En déduire l'expression de la température T(r) à l'intérieur de la pâte en fonction de r, T_{ext}, λ, P_v et R.
4. A.N. : R = 10 cm ; T_{ext} = 300 K. Calculer la température au centre de la pâte dans le cadre de ce modèle. Ce mode de cuisson est-il adapté ?

Exercice d'application n°2 : Expérience de Ingen-Housz – mesure de la conductivité thermique

https://youtu.be/tuekTmiGMes?si=OiCH37Iqpejqv_AL

Jan Ingen-Housz est un médecin botaniste britannique du XVIII^{e} siècle, célèbre pour avoir découvert le rôle de la lumière dans la photosynthèse. Mais on lui doit aussi une expérience célèbre de mise en évidence de la conductivité thermique des métaux (1789).

Il utilisa des tiges métalliques de géométrie identique (cylindre de rayon r et de longueur L) et de natures diverses (Fe, Cu, Ag...) qu'il enduisit de paraffine de façon uniforme. En plaçant leur extrémité dans un bain thermostaté à 100 °C (eau à ébullition sous pression atmosphérique) de façon identique, les longueurs de paraffine fondue lui permirent de caractériser le comportement thermique des matériaux.

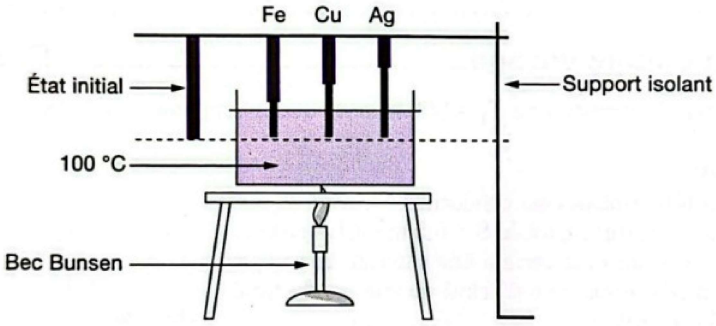


Schéma du dispositif expérimental montrant des tiges métalliques (Fe, Cu, Ag) enduites de paraffine, trempées dans un bain à 100 °C chauffé par un bec Bunsen, maintenues par un support isolant

Chaque tige a son extrémité inférieure à T(0) = T_0 = 373K , et son extrémité supérieure à T(L) = T_a = 293 K, la température atmosphérique. La longueur immergée est négligeable par rapport au reste de la tige.

1. En examinant la figure proposée, préciser en justifiant votre réponse quel est le meilleur conducteur thermique.

2. A partir d'un bilan thermique sur une portion de tige comprise entre z et z + dz, déterminer l'équation différentielle vérifiée par la température T(z). On considérera la conduction thermique dans la tige et les pertes latérales par conducto-convection.
3. Montrer que l'expression de la température T(z) dans la tige : $T(z)=T_a+(T_0-T_a)\exp\left(\frac{-z}{\delta}\right)$ est solution de cette équation différentielle. Exprimer la longueur caractéristique δ en fonction du rayon de la tige, de sa conductivité thermique et du coefficient d'échange surfacique h.
4. La fusion de la paraffine s'observe sur une distance $z_1=15{,}6\,cm$ pour le cuivre et $z_2=16{,}2\,cm$ pour l'argent. Déduire la conductivité de l'argent si celle du cuivre est de $390\,W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}$.

Exercice d'application n°3 : Calcul d'une résistance thermique

Un grand dauphin pèse en moyenne 150 kg et mesure en moyenne 3 mètres de long. Il mange en moyenne 5 kg de poisson par jour, dont l'apport énergétique moyen est de 100 kcal pour 100 g de poisson (1 kcal = 4 kJ). Sa température interne est de 36 °C. Il est isolé de l'eau par une couche de graisse de conductivité thermique λ = 0,2 W·m^{-1}·K^{-1}. On pourra assimiler le dauphin à un cylindre de rayon R = 30 cm auquel s'ajoute la couche de graisse. En détaillant vos hypothèses et vos étapes de raisonnement :

1. Exprimer la résistance thermique de la couche de graisse.
2. Que devient l'expression de la résistance thermique lorsque l'épaisseur de la couche de graisse est très faible devant la taille du dauphin ? Commenter.
3. Estimer l'épaisseur moyenne de la couche de graisse du grand dauphin.

Exercice d'application n°4 : Loi d'échelle et temps caractéristique de la diffusion thermique

1. Le coefficient de diffusivité thermique D_{th} dépend de la conductivité thermique λ, de la capacité thermique massique c et de la masse volumique μ du matériau : $D_{th}=\lambda^{\alpha}c^{\beta}\mu^{\gamma}$.
   Par analyse dimensionnelle, déterminer α, β et γ.
2. Estimer le temps T_{cond} nécessaire pour que l'intérieur d'une brioche sphérique de rayon R = 5,0 cm soit réchauffé par conduction. On donne la conductivité thermique de la brioche λ = 0,5 W·m^{-1}·K^{-1}, sa masse m = 40 g et sa capacité thermique massique c = 2,0 × 10^3 J·K^{-1}·kg^{-1}. Commenter.

Exercice d'application n°5 : Refroidissement d'un mammifère

On modélise un mammifère par une sphère de rayon R entouré d'un pelage d'épaisseur e et de conductivité thermique λ_p. On note P_m la puissance produite dans le mammifère par les réactions métaboliques. Ce mammifère, initialement à la température T_0, est placé dans l'air de conductivité thermique λ_a. La température à l'intérieur du mammifère est notée T(t) (elle dépend du temps car il se refroidit), celle dans le pelage est notée T_S(t) et celle loin de la sphère est la température ambiante T_a = 293 K. On cherche l'expression de T(t).

Hypothèse : on considère qu'on se place dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

1. Faire un bilan thermique sur le corps du mammifère.
2. Déterminer la résistance thermique du pelage, de l 'air ainsi que la résistance équivalente permettant de modéliser le système.
3. Établir l'équation différentielle vérifiée la température T(t).
4. La résoudre et déterminer l'allure de T(t).