Semaine du lundi 9 novembre au vendredi 13 novembre 2026
Semaine 7

Variables aléatoires discrètes : X(Ω) fini ou infini dénombrable

— Système complet d'événements de Ω associé à une variable aléatoire discrète.
— Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète.
— Fonction de répartition.
— Variables aléatoires usuelles à connaître : certaine, uniforme sur $\{x_1, x_2..., x_n\}$, de Bernoulli, binomiale, de Poisson, géométrique sur $\mathbb{N}^*$.
— Espérance d'une variable aléatoire discrète : Définition, propriétés.
— Variance d'une variable aléatoire discrète : Définition, propriétés.
— Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev

Polynômes

— Degré, coefficient dominant
— Opérations : somme, produit, composée
— Racine d'un polynôme, caractérisation
— Racine multiple, caractérisation
— Ordre de multiplicité d'une racine, définition.
Attention la caractérisation par les dérivées successives est hors-programme
— Relation coefficients-racines pour les polynômes de degré 2

Questions de cours ou petit exercice.

1. Citer sans démonstration le théorème de transfert. Puis exercice à détailler :
Soit $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ avec $p \in]0,1[$. Justifier que $Y = X^2$ admet une espérance et la calculer.
2. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev : énoncé, schéma et démonstration (Démonstration à partir de l'inégalité de Markov, qu'on ne redémontre pas ici).
3. Soit $P \in \mathbb{R}[X]$, soit $\alpha \in \mathbb{C}$. Si α est racine de P alors $\overline{\alpha}$ est racine de P.
4. soit $P(X) = X^4 + X^3 - 2X^2 - 3X + 3$. Justifier que 1 est racine multiple du polynôme P.
Puis factoriser P en produits de polynômes du 1er degré de $\mathbb{C}[X]$.
5. Résoudre dans $\mathbb{C}^2$: $\begin{cases} x + y = \sqrt{2} \\ xy = 2 \end{cases}$.
Donner l'écriture algébrique, le module et un argument des solutions.