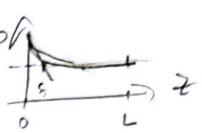
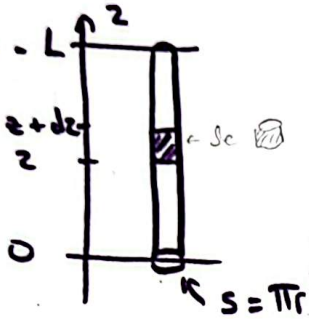
solution exercice d'application n°2 : Exp d'Ingen-Housz



1. + la paraffine a fondu, + la chaleur est "montée" dans la tige donc $\lambda_{Ag} > \lambda_{Cu} > \lambda_{Fe}$.

2.



- système élémentaire : portion de tige entre les altitudes z et $z+dz$, de volume $dV = S\,dz$ avec $S = \pi r^2$ constante
- 1er principe :

$$d^2H = \delta Q_e - \delta Q_s - \delta Q_{cc} = 0 \text{ en rég permanent}$$

$$\Rightarrow 0 = \phi(z)\,dt - \underbrace{\phi(z+dz)}_{\phi(z)+d\phi}\,dt - h\,\underbrace{Se}_{2\pi r\,dz}\,(T(z)-T_a)\,dt$$

$$\Rightarrow +d\phi = -2\pi r h\,(T(z)-T_a)\,dz$$

$$\Rightarrow -\frac{d\phi}{dz} = 2\pi r h\,(T(z)-T_a)$$

Loi de Fourier : $\phi(z) = -\lambda S \frac{dT}{dz} \Rightarrow \frac{d\phi}{dz} = -\lambda S \frac{d^2T}{dz^2}$ (S constante : $S = \pi r^2$)

Par identification : $\lambda_x \pi r^2 \frac{d^2T}{dz^2} = 2\pi r h\,(T(z)-T_a)$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{d^2T}{dz^2} = \frac{2h}{\lambda r}\,(T(z)-T_a)} \quad (ED)$$

3. On propose $\boxed{T(z) = T_a + (T_0 - T_a)\exp\left(\frac{-z}{\delta}\right)}$ (*)

$$\frac{d^2T}{dz^2} = (T_0-T_a)\left(\frac{-1}{\delta}\right)^2 \exp\left(\frac{-z}{\delta}\right) = \frac{T_0-T_a}{\delta^2}\exp\left(\frac{-z}{\delta}\right)$$

(*) est solution de (ED) si $\frac{T_0-T_a}{\delta^2}\exp\left(\frac{-z}{\delta}\right) = \frac{2h}{\lambda r}(T_0-T_a)\exp\left(\frac{-z}{\delta}\right)$

c'est-à-dire si $\frac{1}{\delta^2} = \frac{2h}{\lambda r} \Leftrightarrow \boxed{\delta = \sqrt{\frac{\lambda r}{2h}}}$ commenter $\delta(\lambda)$ et tracer T

4. Soit T_{fus}, la t° de fusion de la paraffine. $T_{fus} \in [T_a, T_0]$

Pour le métal i : $T(z_i) = T_{fus} = T_a + T_0 - T_a \exp\left(\frac{-z_i}{\delta_i}\right)$

Par identification : $\frac{z_1}{\delta_1} = \frac{z_2}{\delta_2} \Leftrightarrow \frac{z_1}{z_2} = \frac{\delta_1}{\delta_2} = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}$ (r et h sont les mêmes)

$$\Rightarrow \boxed{\lambda_2 = \lambda_1 \times \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2} \quad A.N \quad \lambda_2 = 390 \times \left(\frac{16{,}2}{15{,}6}\right)^2 = \underline{420\ W.K^{-1}.m^{-1}}$$

Scanné avec CamScanner