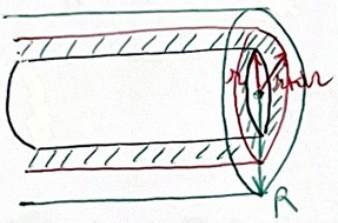
Correction du TD PHYS 5

Exercice n°4 : Chauffage d'une baguette au micro-ondes

① $\rho = \dfrac{0{,}60 \times P}{V_{pain}} = \dfrac{0{,}60\,P}{\pi R^2 \times \ell} \Rightarrow \rho = 306\ kW\,m^{-3}$.

②



- Système élémentaire = calotte cylindrique comprise entre le cylindre de rayon r et celui de rayon $r+dr$ de volume $dV = 2\pi r \ell\, dr$

- 1er bilan entre t et $t+dt$ en RS

$$\Theta = dU = \phi(r)\,dt - \phi(r+dr)\,dt + \rho\, dV\, dt$$

(RS ↑, isoP ↑)

$$-d\phi\, dt + \rho \times 2\pi r \ell\, dr\, dt = 0$$

$$d\phi = 2\pi r \ell\, dr\, \rho$$

- $\rho = cte \Rightarrow$ on intègre directement $d\phi$: $\phi = \rho \pi \ell r^2 + A$

- loi de Fourier : $\phi = -\lambda S \dfrac{dT}{dr} = -\lambda \times 2\pi r \ell \times \dfrac{dT}{dr}$

$$-\lambda\, 2\pi r \ell \frac{dT}{dr} = \rho \pi \ell r^2 + A$$

$$\frac{dT}{dr} = \frac{\rho \pi \ell r^2}{-\lambda 2\pi r \ell} + \underbrace{\frac{A}{-\lambda 2\pi r \ell}}_{B}$$

- loi $T(r)$: $dT = -\dfrac{\rho}{2\lambda} r\, dr - \dfrac{B}{r} \Rightarrow T = -\dfrac{\rho}{4\lambda} r^2 - B \ln r + C$

→ Non divergence en $r = 0 \Rightarrow B = 0$

→ $T(R) = T_e \Rightarrow T_e = -\dfrac{\rho}{4\lambda} R^2 + C \Rightarrow C = T_e + \dfrac{\rho}{4\lambda} R^2$

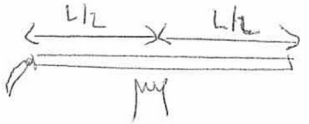
$$\boxed{T = \frac{\rho}{4\lambda}\left(R^2 - r^2\right) + T_e}$$

$$T(0) = \frac{\rho R^2}{4\lambda} + T_e$$

AN : $T(0) = 682\ K$

Exercice n°5

Les 2 questions sont une application de la formule $D_{th} = \frac{L^2}{T}$ reliant la distance caractéristique L atteinte par le phénomène de transport thermique et la durée caractéristique de ce transport sur une distance L.

1) 

Durée T pour ressentir la chaleur apportée au centre

$D_{th\,fer} = \frac{(L/2)^2}{T}$ ← distance à parcourir du centre à l'une des extrémités

A.N. : $T = \frac{(L/2)^2}{D_{th\,fer}} = \frac{(5\cdot10^{-2})^2}{4\cdot10^{-6}} = 625\,s \simeq 10\,min$

2) * Canalisation enterrée :

Lors d'une période brutale de gel qui suivient la baisse de température sera ressentie à 25 cm de profondeur dans le sol au bout d'une durée T durée environ par $T = \frac{L^2}{D_{th\,sol}} = \frac{(25\cdot10^{-2})^2}{2,8\cdot10^{-7}} = 2,23\cdot10^5\,s = \underline{62\,h}$

soit **2 jours et demi environ** ⇒ Si l'on est dans une région où la durée du refroidissement climatique n'excède pas 1 à 2 jours l'eau enterrée à 25 cm ne gèlera pas. Si le climat est plus rude il faudra enterrer les canalisations plus profond.

* Cave à vin :

Evaluons la durée nécessaire pour qu'une fluctuation climatique (Réchauffement en été ou refroidissement en hiver) se ressente dans une cave enterrée en sous sol, par exemple à 2 m de profondeur sous le sol. Alors $D_{th\,sol} = \frac{L^2}{T}$ avec $L \simeq 2\,m$

⇒ $T = \frac{L^2}{D_{th}} = \frac{2^2}{2,8\cdot10^{-7}} = 1,43\cdot10^7\,s = 3968\,h = \boxed{165\ jours}$

soit presque 6 mois ! ⇒ la température à l'intérieur d'une cave enterrée fluctue très peu et conserve une valeur moyenne ni trop basse ni trop haute, idéale pour la conservation du vin.