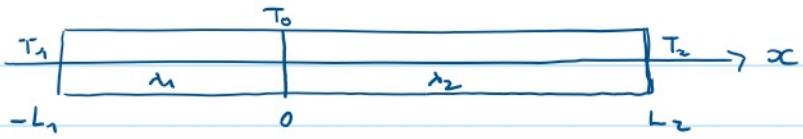
TD PHYS5

mardi 6 octobre 2026 22:44

Exercice n°1



cylindre de section S :

On est en régime stationnaire : $T(x,t) = T(x)$

a) En rég. stat, il y a conservation du flux thermique : $\phi_{th}(x) = cte$

On a donc $\frac{d\phi_{th}}{dx} = 0$. Or d'après la loi de Fourier : $\phi_{th}(x) = -\lambda S \frac{dT}{dx}$

donc, dans chaque cylindre : $\frac{d\phi}{dx} = -\lambda S \frac{d^2T}{dx^2} = 0 \Rightarrow$ T est une fonction affine de x.

Cylindre 1 : $T_{(1)}(x) = Ax + B$ avec $\begin{cases} T_{(1)}(0) = T_0 \\ T_{(1)}(-L_1) = T_1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{T_{(1)}(x) = \frac{T_0 - T_1}{L_1} x + T_0}$

cylindre 2 : $T_{(2)}(x) = Cx + D$ avec $\begin{cases} T_{(2)}(0) = T_0 \\ T_{(2)}(L_2) = T_2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{T_{(2)}(x) = \frac{T_2 - T_0}{L_2} x + T_0}$

b) En $x = 0$, la conservation du flux donne :

$$\phi_{th}(x \to 0^-) = \phi_{th}(x \to 0^+)$$

$$\Leftrightarrow -\lambda_1 S \left(\frac{dT_{(1)}}{dx}\right)_{(x \to 0^-)} = -\lambda_2 S \left(\frac{dT_{(2)}}{dx}\right)_{x \to 0^+} \Leftrightarrow -\lambda_1 S \times \frac{T_0 - T_1}{L_1} = -\lambda_2 S \frac{T_2 - T_0}{L_2}$$

on a donc $\lambda_1 (T_0 - T_1) L_2 = \lambda_2 (T_2 - T_0) L_1 \Leftrightarrow \boxed{T_0 = \frac{\lambda_2 T_2 L_1 + \lambda_1 T_1 L_2}{\lambda_1 L_2 + \lambda_2 L_1}}$

c) Avec $L_1 = L_2$, on a : $T_0 = \frac{\lambda_2 T_2 + \lambda_1 T_1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2 (\theta_2 + 273) + \lambda_1 (\theta_1 + 273)}{\lambda_1 + \lambda_2} = \underbrace{\frac{\lambda_2 \theta_2 + \lambda_1 \theta_1}{\lambda_1 + \lambda_2}}_{\theta_0 \text{ (en °C)}} + 273$

A.N. contact main-bois : $\theta_0 = \frac{1 \times 20 + 10 \times 37}{1 + 10} = 35{,}4\,°C$ → sensation de chaud

contact main-acier : $\theta_0 = \frac{100 \times 20 + 10 \times 37}{100 + 10} = 21{,}5\,°C$ → sensation de froid

2- On reprend le même calcul avec 100°C au lieu de 20°C pour l'acier ou le bois :

contact main-bois : $\theta_0 = \frac{1 \times 100 + 10 \times 37}{1 + 10} = 42{,}7\,°C$ → pas de sensation de brûlure

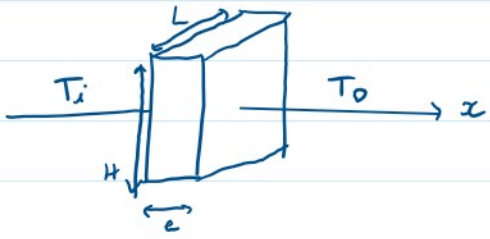
contact main-acier : $\theta_0 = \frac{100 \times 100 + 10 \times 37}{100 + 10} = 94{,}3\,°C$ → sensation de brûlure

Exercice n°2



Exercice n°2

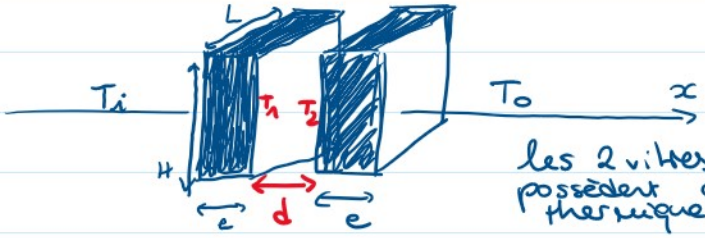
1) En régime stationnaire, la résistance thermique de la vitre s'exprime :



$$R_{th} = \frac{\Delta T}{\phi_{th}} = \frac{e}{\lambda_{verre} HL}$$, on a donc nécessairement, dans la pièce : $\boxed{\phi_{th} = \frac{(T_i - T_0)\,\lambda_{verre} HL}{e}}$

A.N. $\phi_{th} = \frac{(20-5)\times 1{,}2\times(1{,}5\times 1{,}3)}{5.10^{-3}} = \boxed{7{,}0\ kW}$

2)



les 2 vitres et la couche d'air possèdent chacune une résistance thermique.

En rég. stat., on a un flux thermique qui se conserve donc ces 3 résistances thermiques sont parcourues par le même flux ⇒ elles sont en série.

Pour l'ensemble : $T_i - T_0 = R_{th}^{tot} \times \phi_{th}$

et $T_i - T_1 = R_{th\,verre}\,\phi_{th} = T_2 - T_0$ et $T_1 - T_2 = R_{th\,air}\,\phi_{th}$

or $T_i - T_0 = T_i - T_1 + T_1 - T_2 + T_2 - T_0$

$$\Rightarrow R_{th}^{tot} = 2R_{th\,verre} + R_{th\,air} = 2\frac{e_{verre}}{\lambda_{verre} HL} + \frac{e_{air}}{\lambda_{air} HL}$$

ainsi $\boxed{\phi_{th} = \frac{T_i - T_0}{2\frac{e_{verre}}{\lambda_{verre} HL} + \frac{e_{air}}{\lambda_{air} HL}}}$

A.N. $\phi_{th} = \frac{20-5}{2\times\frac{5.10^{-3}}{1{,}2\times 1{,}5\times 1{,}3} + \frac{7.10^{-3}}{24.10^{-3}\times 1{,}5\times 1{,}3}} = \boxed{97{,}5\ W}$

↓ il faut donc un chauffage beaucoup moins important pour le même résultat !

On en déduit alors :

$$\boxed{T_2 - T_0 = T_0 - T_1 = R_{th\,verre}\,\phi_{th} = \frac{e}{\lambda HL}\,\phi_{th}}$$

A.N. $T_2 - T_0 = T_0 - T_1 = \frac{5.10^{-3}}{1{,}2\times 1{,}5\times 1{,}3} \times 97{,}5 = 0{,}2°C$

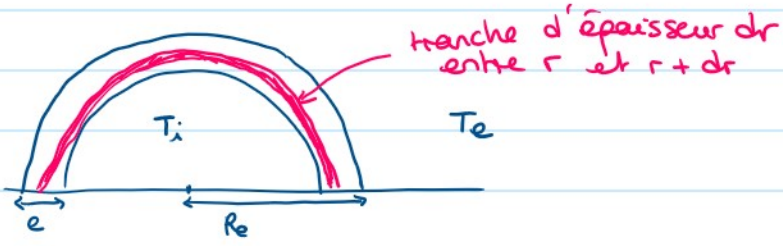
$\Rightarrow \boxed{T_2 = 5{,}2°C}$ et $\boxed{T_1 = 19{,}8°C}$

(Remarque : on vérifie bien que $T_1 - T_2 = \frac{e_{air}}{\lambda_{air} HL}\,\phi_{th}$

$= \frac{7.10^{-3}}{24.10^{-3}\times 1{,}3\times 1{,}5} \times 97{,}5 = 14{,}6°C$)

$24.10^{-3} \times 1,3 \times 1,5$

Exercice n°3



D'après la loi de Fourier : $\phi_{th} = -\lambda S \frac{dT}{dr} = -\lambda (2\pi r^2) \frac{dT}{dr}$ (symétrie radiale)

On cherche à exprimer $T_i - T_e$ en fonction de ϕ_{th}. Pour cela on utilise la conservation du flux en régime stationnaire : $\phi_{th}(r) = de$ et on intègre dT entre la paroi interne et la paroi externe de l'igloo :

$$T_e - T_i = \int_{T_i}^{T_e} dT = \int_{r=R_e-e}^{r=R_e} -\frac{\phi_{th}}{\lambda_{glace}(2\pi r^2)} dr = -\frac{\phi_{th}}{2\pi \lambda_{glace}} \int_{R_e-e}^{R_e} \frac{dr}{r^2}$$

($\phi_{th} = de$)

On peut alors calculer $R_{th} = \frac{T_i - T_e}{\phi_{th}} = \frac{+1}{2\pi \lambda_{glace}} \int_{R_e-e}^{R_e} \frac{dr}{r^2}$ (K ; $W.K^{-1}$; W)

$$R_{th} = \frac{1}{2\pi \lambda_{glace}} \left[\frac{-1}{r} \right]_{R_e-e}^{R_e} \Rightarrow \boxed{R_{th} = \frac{1}{2\pi \lambda_{glace}} \left(\frac{1}{R_e - e} - \frac{1}{R_e} \right)}$$

$K.W^{-1}$; $W.m^{-1}.K^{-1}$; m

2- On cherche e telle que $T_i = 10°C$

$$T_i = T_e + \phi_{th} R_{th} = T_e + \frac{\phi_{th}}{2\pi \lambda_{glace}} \left(\frac{1}{R_e - e} - \frac{1}{R_e} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(T_i - T_e) 2\pi \lambda_{glace}}{\phi_{th}} = \frac{1}{R_e - e} - \frac{1}{R_e} \Leftrightarrow \frac{1}{R_e - e} = \frac{1}{R_e} + \frac{(T_i - T_e) 2\pi \lambda_{glace}}{\phi_{th}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{e = R_e - \frac{1}{\frac{1}{R_e} + \frac{(T_i - T_e) 2\pi \lambda_{glace}}{\phi_{th}}}}$$

AN. $e = 1 - \frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{(10 - (-15)) \times 2\pi \times 0,05}{80}} = 8,9.10^{-2}\ m \simeq$ **9 cm**