

La colle commencera par une ou deux questions de cours sur le modèle des questions données au verso de cette page. Les démonstrations du cours pourront être demandés.

• **Révisions : Nombres complexes et trigonométrie.**

Ecriture exponentielle $re^{i\theta}$, propriétés. Formule d'Euler. Linéarisation.

Résolution dans $\mathbb{C}$ des équations du second degré à coefficients réels.

Résolution dans $\mathbb{C}$ des équations $z^2 = a$ où $a \in \mathbb{C}$.

Propriétés de $\cos(\theta)$, de $\sin(\theta)$ et de $\tan(\theta)$. Périodicités et symétries.

Formules de trigonométrie : $\sin(a \pm b)$, $\cos(a \pm b)$, $\cos(2\theta)$ et $\sin(2\theta)$.

Résolution d'équations trigonométriques simples. $\cos(x) = c$, $\sin(x) = s$, $\tan(x) = t$ et $a \cos(\varphi) + b \sin(\varphi) = c$

Notation arcsin et arccos. Fonction arctan.

• **Révision sur les fonctions polynomiales réelles.**

Notation $P : x \mapsto \sum_{k=0}^n a_k x^k$. Vocabulaire.

Opérations qui fournissent des polynômes. ((combinaisons linéaires, produits et composée)

Unicité de l'écriture. Degré, propriétés.

Racine. Définition, théorème de factorisation. Nombre de racines distinctes.

Toute fonction polynomiale réelle de degré impair a au moins une racine réelle. (*démonstration*)

Fonction polynomiale dérivée.

Un réel α est une racine multiple d'une fonction polynomiale P si, et seulement si, $P(\alpha) = 0$ et $P'(\alpha) = 0$
(*Démonstration*)

• **Autres révisions.**

Coefficients binomiaux, définition, propriétés, triangle de Pascal.

Formule du binôme. Sommes usuelles avec des $\binom{n}{k}$.

• **Séries numériques.**

Notation. Série $\sum_{n \geq m} u_n$, sommes partielles $\sum_{k=m}^n u_k$ et en cas de convergence la somme $\sum_{n=m}^{+\infty} u_n$.

Définition de : "La série $\sum u_n$ est convergente" et définition de " $\sum u_n$ est absolument convergente".

$$\text{Séries usuelles : } \quad \sum \frac{1}{n} \quad \sum \frac{1}{n^2} \quad \sum q^n \quad \sum nq^{n-1} \quad \sum n(n-1)q^{n-2} \quad \sum \frac{x^n}{n!}$$

Valeur de la somme des séries géométriques, géométriques dérivées (d'ordre 1 ou 2), exponentielles.

(*démonstration pour les séries géométriques*)

Condition nécessaire de convergence : si $\sum u_n$ est convergente alors (u_n) converge vers 0. (*Démonstration*)

Si $\sum u_n$ et $\sum v_n$ convergent alors pour tout $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$, $\sum (\alpha u_n + \beta v_n)$ converge.

Théorème de convergence des séries par comparaison des termes généraux positifs ou nuls. (*démonstration*)

Théorème de convergence des séries par équivalence des termes généraux positifs ou nuls. (*démonstration*)

Si $\sum u_n$ est absolument convergente alors elle est convergente. (*démonstration*)

Si $\sum u_n$ est absolument convergente alors elle est commutativement convergente. (*admis*)

Si les termes de (u_n) sont nuls à partir d'un certain rang alors la série $\sum u_n$ est convergente.

Le théorème des séries alternées n'est pas au programme.

• **Python.**

Etude de suites. Calcul de sommes.

Exercices demandant l'utilisation d'une boucle **while**.

On peut travailler par exemple sur des listes d'entiers, des listes de booléens.

Représentation graphique sans **numpy**. (*comprendre comment faire une subdivision d'un segment $[a, b]$*)

Exemples de questions de cours :

La colle commencera par un exercice simple d'application d'un des deux théorèmes de convergence.

La rédaction est rarement bien assimilée.

- Démonstration de la convergence de $\sum \frac{1}{n^2}$ ou de la divergence de $\sum \frac{1}{n}$.
- Convergence et somme d'une série géométrique (*Enoncé et démonstration*)
- Donner la somme d'une série géométrique dérivée d'ordre 1 (ou 2) de raison $q \in]-1, 1[$.
- Pour $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de réels, énoncer la définition de : La série $\sum u_n$ est convergente.
- Calcul de suites équivalentes simples, idem avec des fonctions. (*Pas de DL*)
- Calcul de sommes. (*pas de sommes doubles*).
- Nature d'une série. Calcul de la somme d'une série convergente.
- Enoncé du théorème de convergence par comparaison des termes généraux positifs ou nuls.
- Enoncé du théorème de convergence par équivalence des termes généraux positifs ou nuls.
- Utilisation du théorème de convergence par comparaison des termes généraux positifs ou nuls.
- Utilisation du théorème de convergence par équivalence des termes généraux positifs ou nuls.
- Etude de la convergence absolue d'une série.
- Ecrire un programme python permettant de représenter les termes d'une suite.
- Ecrire un programme python permettant de tracer une courbe sans **numpy**.
- Une des deux démonstrations du cours sur les fonctions polynomiales.
- Factorisation des fonctions polynomiales de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
- Etude complète de la fonction arctangente, représentation graphique.
(y compris la démonstration donnant l'expression de la dérivée)