

La colle commencera par deux questions de cours sur le modèle des questions données au verso.

Ces deux questions peuvent se résumer à l'énoncer d'une définition et/ou d'un théorème.

L'une des 4 démonstrations peuvent être demandés, mais les élèves pourront demander une autre question de cours s'ils ne la connaissent pas.

Ensuite les exercices porteront sur le chapitre "Polynômes et fonctions polynomiales réelles".

- **Polynômes.**

Polynômes à coefficients dans \mathbb{C} . Notation $\sum_{k=0}^n a_k X^k$.

Les opérations usuelles (combinaison linéaire, produit, composée) sur les polynômes fournissent des polynômes.

Unicité de l'écriture des polynômes : un polynôme est nul si, et seulement si, tous ses coefficients sont nuls.

Deux polynômes sont égaux si, et seulement si, ils ont les mêmes coefficients.

Coefficient dominant et degré d'un polynôme.

Degré d'une somme, d'un produit de polynômes.

Notations $\mathbb{R}[X]$, $\mathbb{C}[X]$, $\mathbb{R}_n[X]$, $\mathbb{C}_n[X]$.

Définition d'une racine α d'un polynôme P .

Théorème : Un nombre complexe α est racine d'un polynôme P

si, et seulement si, il existe un polynôme Q tel que $P = (X - \alpha)Q$. (*Démonstration*)

(*La division euclidienne de polynômes est hors programme*).

Généralisation à plusieurs racines distinctes.

Le nombre de racines distinctes d'un polynôme non nul est majoré par son degré.

Ordre de multiplicité d'une racine.

La caractérisation de la multiplicité d'une racine à l'aide des polynômes dérivés n'est pas attendu du

programme. (*La notion de dérivé d'un polynôme n'est d'ailleurs pas dans le programme de BCPST*)

Cas des polynômes réels : si α est racine, $\bar{\alpha}$ est aussi racine. (*Démonstration*)

Théorème de d'Alembert-Gauss. Factorisation dans $\mathbb{C}[X]$. *Ce théorème est admis.*

La factorisation dans $\mathbb{R}[X]$ est hors programme.

- **Révision sur les fonctions.**

Définition d'une fonction continue en x_0 . Prolongement par continuité.

Définition d'une fonction dérivable en x_0 . Equation de la tangente.

Dérivée d'un combinaison linéaire, d'un produit et d'un quotient de fonctions dérivables.

Dérivée d'une composée de fonctions dérivables. Dérivée de la fonction réciproque d'une bijection dérivable.

Théorème des valeurs intermédiaires. Théorème de la bijection.

Lecture d'un tableau de variations.

Théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis.

- **Révision sur les fonctions polynomiales réelles.**

Notation $P : x \mapsto \sum_{k=0}^n a_k x^k$. Vocabulaire.

Opérations qui fournissent des polynômes. ((combinaisons linéaires, produits et composée)

Unicité de l'écriture. Degré, propriétés.

Racine. Définition, théorème de factorisation. Nombre de racines distinctes.

Toute fonction polynomiale réelle de degré impair a au moins une racine réelle. (*Démonstration*)

Fonction polynomiale dérivée.

Un réel α est une racine multiple d'une fonction polynomiale P si, et seulement si, $P(\alpha) = 0$ et $P'(\alpha) = 0$
(*Démonstration*)

- **Python.**

Fonctions autour de la notion de polynômes représentés par la liste de ses coefficients.

Algorithme de dichotomie pour déterminer une valeur approchée d'une solution de $f(x) = 0$

Représentation graphique sans `numpy`. (*comprendre comment faire une subdivision d'un segment $[a, b]$*)

Exemples de questions de cours :

- Donner la définition d'une racine multiple.
- Donner la définition de l'ordre de multiplicité d'une racine d'un polynôme.
- Donner la définition du degré d'un polynôme.
- Une question de cours sur le cours : "Révisions sur les fonctions".
- Énoncé le théorème de d'Alembert-Gauss.
- Une des deux démonstrations du cours sur les fonctions polynomiales.
- Une des deux démonstrations du cours sur les polynômes.
- Factorisation des polynômes.
- Écrire un programme python permettant de représenter les termes d'une suite.
- Écrire un programme python permettant de tracer une courbe sans `numpy`.
- Écrire un programme Python appliquant l'algorithme de dichotomie.