

La colle commencera par deux questions de cours, puis deux exercices simples.

Pour les questions de cours : Vérifier que la différence entre définition et théorème est bien comprise.

Pour les exercices : donner une équation différentielle homogène simple, puis un calcul simple de probabilité.

Cette semaine pas de démonstration. Pour les meilleurs, ce début ne devrait pas dépasser 10 mn

Si un élève a répondu à ces 4 questions en moins de 10mn vous pouvez lui demander une démonstration du cours de première année même si on ne l'a pas faite cette année.

Et enfin si tous ces petits obstacles sont passés : des exercices sur équation différentielles ou probabilité de première année

- **Révisions : Equations différentielles linéaires.**

Solution de $y' + a(t)y = 0$. (*interprétation dans le contexte des espaces vectoriels*)

Résolution de $y' + a(t)y = f(t)$.

Principe de superposition. Méthode de variations de la constante.

Solution de $ay'' + by' + cy = 0$. (*interprétation dans le contexte des espaces vectoriels*)

Résolution de $ay'' + by' + cy = f(t)$ avec $a \neq 0$.

Principe de superposition. Conditions initiales.

La forme d'une solution particulière est donnée lorsque f n'est pas une fonction constante.

- **Espaces vectoriels.**

Rang d'une famille finie de vecteurs,

il peut se calculer comme le rang de la matrice des coordonnées de la famille dans n'importe quelle base.

Définition du rang d'une matrice A : dimension de l'espace engendré par les colonnes de A .

$\text{rg}(M) = \text{rg}(M^T)$, donc c'est aussi la dimension de l'espace engendré par les lignes de A .

Pour $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, M inversible si, et seulement si, $\text{rg}(M) = n$.

Dans un espace vectoriel E de base \mathcal{B} ,

une famille de vecteurs \mathcal{F} est une base si, et seulement si, sa matrice $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(\mathcal{F})$ est inversible.

- **Révisions : Dénombrement.**

Définition d'un ensemble fini et de son cardinal. Propriétés.

Nombre des p -listes. Tirages successifs avec remise.

Nombre des p -listes sans répétitions. Tirages successifs sans remise. Nombre des permutations.

Nombre des p -combinaisons. Tirages simultanés. Dénombrement des parties d'un ensemble fini.

Dénombrement des anagrammes.

- **Révisions : Probabilités sur un univers fini.**

Quand Ω est fini, on prend $\mathcal{P}(\Omega)$ comme ensemble des événements.

Propriétés et vocabulaire des événements. Définition d'une probabilité. Propriétés.

Cas d'équiprobabilité. Modèles classiques de tirages dans des urnes. Lien avec le dénombrement.

Probabilité conditionnelle. Formule des probabilités composées. Formule des probabilités totales. Indépendance.

- **Probabilités.**

Ensemble des événements sur un ensemble quelconque : Notion de tribu.

Définition des événements $\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$ et $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n$ et propriétés.

Définition d'un système complet d'événements.

Définition d'une probabilité. (*Axiome de σ -additivité*).

Événements négligeables, presque sûrs et système quasi-complet d'événements.

Formule des probabilités totales. (*avec un système complet ou un système quasi-complet*).

Aucun exercice n'a été fait sur ce programme de deuxième année.

- **Python.**

Simulation des tirages usuelles, estimation des probabilités et des espérances.

Remarques et exemples de questions de cours :

Exemples d'équations différentielles homogènes simples :

$$y' = 2y \quad y'' + y = 0 \quad y'(t) + ty(t) = 0 \quad y'' + y' + y = 0$$

Pour les premières questions pas de primitive d'une fonction $u'F(u)$.

Exemples d'exercices simples de probabilité :

- On lance deux dés, quelle est la probabilité que la somme des deux résultats donne 4?
- On fait un tirage successif sans remise de deux boules dans une urne contenant 3 boules rouges et 7 vertes. Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules rouges?

La simplicité des premiers exercices devrait vraiment permettre aux meilleurs de les faire (questions de cours cours comprises) en moins de 10 mn.

- Question de cours sur : "Dénombrément ".

Exemples :

- Notation et nombre de p -listes.
- Notation et nombre de p -listes sans répétitions.
- Notation et nombre de p -combinaisons.
- Nombre de parties d'un ensemble fini.

- Question de cours sur : "Equations différentielles ".

Exemples :

- Enoncer d'un théorème donnant les solutions d'une équation homogène d'ordre 1 ou 2.
- Enoncer d'un théorème : "condition initiale".
- Enoncer le principe de superposition.

- Question de cours sur : "Probabilité ".

Exemples :

- Définition d'une probabilité. (*première année et deuxième année*)
- Définition d'un système complet d'événements.
- Théorème des probabilités composées.
- Théorème des probabilités totales.
- Définition de l'indépendance de deux événements.

- Question de cours sur : "Espaces vectoriels ".

Exemples :

- Définition du rang d'une matrice.
- Caractérisation d'une base avec le rang.

- Montrer qu'une famille de vecteurs d'un espace vectoriel E est une base de E .

- Montrer qu'une famille finie de vecteurs est libre. (*Familles de fonctions, de polynômes, de matrices*).

- Modélisation usuelle des tirages dans une urne.

- Simulation informatique des tirages usuels.