

Illustrer graphiquement tout vos résultats.

Ex 1 : Donner la nature des intégrales impropres suivantes et donner la valeur de l'intégrale en cas de convergence.

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^1 \ln(t) \, dt & I_2 &= \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{t-1}} \, dt & I_3 &= \int_{-\infty}^0 e^t \, dt & I_4 &= \int_1^2 [t] \, dt \\
 I_5 &= \int_0^1 \frac{1}{t^2} \, dt & I_6 &= \int_1^{+\infty} \frac{1}{t^2} \, dt & I_7 &= \int_0^1 \frac{1}{t} \, dt & I_8 &= \int_0^{+\infty} \frac{1}{1+t^2} \, dt \\
 I_9 &= \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{t}} \, dt & I_{10} &= \int_1^{+\infty} \frac{1}{t} \, dt & I_{11} &= \int_0^1 \frac{1}{(t-1)^2} \, dt & I_{12} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan(t) \, dt
 \end{aligned}$$

Ex 2 : Donner la nature des intégrales impropres suivantes et donner la valeur de l'intégrale en cas de convergence.

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_1^{+\infty} t e^{-t} \, dt & I_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} t e^{-t^2} \, dt & I_3 &= \int_0^{+\infty} t^2 e^{-t^3} \, dt \\
 I_4 &= \int_0^1 \frac{1}{(t-1)^2} \, dt & I_5 &= \int_0^1 \frac{t}{(t-1)^2} \, dt & I_6 &= \int_1^{+\infty} \frac{1}{t \ln(t)} \, dt
 \end{aligned}$$

Ex 3 : Donner la nature des intégrales impropres suivantes et donner la valeur de l'intégrale en cas de convergence.

$$\begin{aligned}
 1) \quad I_1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t) \, dt & \text{où } f_1 \text{ est définie sur } \mathbb{R} \text{ par : } & \begin{cases} \text{si } t < 0, & f_1(t) = e^t \\ \text{si } t \geq 0, & f_1(t) = 2e^{-t} \end{cases} \\
 2) \quad I_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_2(t) \, dt & \text{où } f_2 \text{ est définie sur } \mathbb{R} \text{ par : } & \begin{cases} \text{si } t < -1, & f_2(t) = \frac{1}{t^2} \\ \text{si } -1 \leq t \leq 1, & f_2(t) = 1 \\ \text{si } t \geq 1, & f_2(t) = \frac{1}{t^2} \end{cases} \\
 3) \quad I_3 &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_3(t) \, dt & \text{où } f_3 \text{ est définie sur } \mathbb{R} \text{ par : } & \begin{cases} \text{si } t < 0, & f_3(t) = e^t \\ \text{si } t \geq 0, & f_3(t) = 1 \end{cases} \\
 4) \quad I_4 &= \int_{-1}^1 f_4(t) \, dt & \text{où } f_4 \text{ est définie sur } \mathbb{R} \text{ par : } & \begin{cases} \text{si } t \leq 0, & f_4(t) = t^2 + 1 \\ \text{si } t > 0, & f_4(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} \end{cases} \\
 5) \quad I_5 &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_5(t) \, dt & \text{où } f_5 \text{ est définie sur } \mathbb{R} \text{ par : } & \begin{cases} \text{si } t \leq 0, & f_5(t) = 0 \\ \text{si } t > 0, & f_5(t) = \frac{1}{t} \end{cases} \\
 6) \quad I_6 &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_6(t) \, dt & \text{où } f_6 \text{ est définie sur } \mathbb{R} \text{ par : } & \begin{cases} \text{si } t < 0, & f_6(t) = 0 \\ \text{si } t \geq 0, & f_6(t) = \frac{1}{1+t^2} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ex 4 : Donner la nature des intégrales impropres suivantes et donner la valeur de l'intégrale en cas de convergence.

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{1}_{]0,1[}(t) \, dt & I_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(t) e^{-2t} \, dt & I_3 &= \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{|t|}} \, dt & I_4 &= \int_0^5 [t] \, dt \\
 I_5 &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|t+1|} \, dt & I_6 &= \int_{-\infty}^{+\infty} -\frac{\mathbb{1}_{[-1,1]}(t)}{2} \ln |t| \, dt & I_7(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{1}_{[0,1]}(t) \mathbb{1}_{[0,1]}(x-t) \, dt
 \end{aligned}$$

Ex 5 : Préciser quelles intégrales sont impropres, en quelles valeurs, et si elles sont faussement impropres.

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^1 \ln(t) \, dt & I_2 &= \int_{-2}^2 (t^3 - 8) \, dt & I_3 &= \int_0^3 \frac{e^t - 1}{t} \, dt & I_4 &= \int_1^{+\infty} \frac{e^t - 1}{t} \, dt \\
 I_5 &= \int_0^{+\infty} e^{-t^2} \, dt & I_6 &= \int_0^1 \frac{\sin(t)}{1+t} \, dt & I_7 &= \int_{-\infty}^1 \frac{1}{t^2} \, dt & I_8 &= \int_0^2 \frac{\ln(t)}{t-1} \, dt
 \end{aligned}$$