

La colle commencera par 1 ou 2 questions de cours sur le modèle des questions données à la fin de cette page.

• **Révisions.**

Fonctions usuelles. Représentations graphiques.

Limites.

Fonctions continues. Fonctions dérivables.

Equation de la tangente.

Fonctions de classe C^1 sur I , de classe C^n , de classe C^∞

Fonction de répartition des variables aléatoires. (*Pour une variable aléatoire quelconque*).

Intégrales généralisées.

Variables aléatoires discrètes.

• **Variables aléatoires réelles à densité.**

Définition d'une densité de probabilité. Définition d'une variable aléatoire réelle à densité.

Caractérisation des variables à densité (*CNS permettant de dire qu'une variable aléatoire est à densité*).

Savoir passer d'une densité à la fonction de répartition ou de la fonction répartition à une densité.

Dans ce contexte, pour répondre à "Donner la loi de X " :

① on détermine la fonction de répartition de X .

② on justifie (*si c'est le cas*) que X est une variable aléatoire à densité.

③ on détermine une densité de X .

Sur des exemples simples, recherche de la loi de $u(X)$, X ayant une densité donnée.

Espérance d'une variable à densité, propriétés. Théorème de transfert. Variance, écart-type.

Lois usuelles à densité :

Loi uniforme sur $[a, b]$. Densité. Fonction de répartition, espérance, variance, écart-type, simulation.

Stabilité de l'ensemble des lois uniformes par transformation affine.

Loi exponentielle de paramètre λ ($\lambda \in]0; +\infty[$) .

Densité. Fonction de répartition, espérance, variance, écart-type.

Loi sans mémoire. (*à savoir redémontrer*)

Simulation de la loi exponentielle.

Pas encore les lois normales et la somme de variables aléatoires à densité.

• **Informatique.**

Simulation de la réalisation d'une variable aléatoire X suivant une loi usuelle.

Avec une longue série de simulations :

- Estimation d'une probabilité. (*fréquence des réalisations*)

- Estimation de l'espérance d'une variable aléatoire (*moyenne arithmétique des réalisations*)

- Estimation de la fonction de répartition (*Courbe des fréquences cumulées*)

Exemples de question de cours ou d'application directe du cours :

- Sur des exemples simples, recherche de la loi de $u(X)$, X ayant une densité donnée.

- Démontrer que si X est à densité alors $\forall a \in \mathbb{R}, P(X = a) = 0$.

- Loi du min ou du max pour 2 ou n variables aléatoires indépendantes suivant des lois usuelles. (*à densité ou pas*)

- Calcul de l'espérance, de la variance d'une variable aléatoire à densité.

- Allure de la représentation graphique d'une densité d'une loi uniforme sur $[a, b]$ et de sa fonction de répartition.

- Allure de la courbe d'une densité de loi exponentielle de paramètre λ et de sa fonction de répartition.

- Loi uniforme sur $[a, b]$. Densité, fonction de répartition, $E(X)$, $V(X)$. (*Démonstration*)

- Loi exponentielle de paramètre λ . Densité, fonction de répartition, $E(X)$, $V(X)$. (*Démonstration*)

- Loi du min ou du max pour 2 ou n variables aléatoires indépendantes.

- Simulation de la loi exponentielle. (*démonstration*)

- Calcul de probabilités liées à une variable aléatoire à densité.