

## Géométrie

### a) Vecteurs du plan et de l'espace.

Opérations sur les vecteurs définies géométriquement : addition et multiplication par un nombre réel. Relation de Chasles. Colinéarité. Coplanarité. Bases et repères du plan et de l'espace.

Une base orthonormée du plan (resp. de l'espace) est la donnée de deux (resp. trois) vecteurs orthogonaux de norme 1 ; un repère orthonormé est la donnée d'un point et d'une base orthonormée.

### b) Déterminant

Une base orthonormée du plan étant fixée, déterminant de deux vecteurs dans le plan définis à l'aide de leurs coordonnées. Caractérisation de la colinéarité de deux vecteurs du plan par l'annulation du déterminant.

### c) Droites et cercles dans le plan

Vecteur directeur d'une droite. Représentation paramétrique d'une droite.

Vecteur normal à une droite. Équation cartésienne d'une droite obtenue à l'aide d'un vecteur normal.

Coefficient directeur (ou pente) d'une droite.

Équation cartésienne d'un cercle défini par son centre et son rayon.

### d) Droites et plans dans l'espace

Base d'un plan. Représentation paramétrique d'un plan.

Vecteur normal à un plan. Équation cartésienne d'un plan obtenue à l'aide d'un vecteur normal.

Vecteur directeur d'une droite. Représentation paramétrique d'une droite. Équations cartésiennes (système d'équations linéaires) d'une droite.

### e) Projection orthogonale

Projection orthogonale d'un point  $M$  sur une droite  $\mathcal{D}$  donnée par un point  $A$  et un vecteur  $\vec{u}$  : c'est l'unique point  $H$  de la droite tel que les vecteurs  $\overrightarrow{HM}$  et  $\vec{u}$  sont orthogonaux.

Lien avec la distance entre le point  $M$  et la droite  $\mathcal{D}$ .

(Projection orthogonale d'un vecteur sur une droite.)

Projection orthogonale d'un point  $M$  sur un plan affine  $\mathcal{P}$  donné par un repère  $(A, \vec{u}, \vec{v})$  : c'est l'unique point  $H$  du plan tel que  $\overrightarrow{HM}$  est orthogonal aux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

Lien avec la distance entre le point  $M$  et le plan  $\mathcal{P}$ .

### f) Produit scalaire

Définition du produit scalaire usuel de deux vecteurs à partir de la projection orthogonale.

Formulation du produit scalaire à l'aide du cosinus de l'angle formé entre deux vecteurs non nuls.

(Inégalité de Cauchy-Schwarz)

Caractérisation de l'orthogonalité de deux vecteurs par le produit scalaire.

Propriétés : symétrie, bilinéarité, positivité.

Lien avec la norme.

Expression du produit scalaire à partir des coordonnées dans une base orthonormée.

## Fonctions de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$

### a) Notions fondamentales.

Exemples de sous-ensembles de  $\mathbb{R}^2$  : demi-plan, disque, pavé.

Fonctions de deux variables. Ensemble de définition.

Fonctions partielles.

Surface représentative d'une fonction de deux variables, courbes ou lignes de niveau.

### b) Dérivées partielles.

Fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$  sur un pavé ouvert du plan.

Définition du gradient ; calcul dans un repère orthonormal en coordonnées cartésiennes.

Dérivation d'une expression de la forme  $t \mapsto f(x(t), y(t))$ , la fonction  $f$  étant de classe  $\mathcal{C}^1$  et les fonctions  $x, y$  étant dérivables.

Définition de point critique. Lien avec l'existence éventuelle d'extremum dans le cas d'une fonction définie sur un pavé ouvert et admettant des dérivées partielles.

### c) Dérivées partielles d'ordre deux.

Dérivées partielles d'ordre deux, interversion des dérivations. (théorème de Schwarz)