

Interrogation (**Sujet A**) (25 minutes)

Dans la plupart des questions on demande un **résultat simplifié** sans le détail des calculs.

(Utiliser un brouillon)

Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.

**Complétez les phrases, les égalités suivantes ou répondez aux questions.**

Simplifier les calculs suivants :

$$9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{1}{\left(1 - \frac{2}{3}\right)^2} = \dots\dots\dots \quad \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{2}{3} + \frac{1}{4}} = \dots\dots\dots$$

/2pt

Compléter : (*Juste la réponse*)

$$\int_0^2 x^2 \, dx = \dots\dots\dots$$

$$\int_0^1 \sqrt{t} \, dt = \dots\dots\dots$$

$$\int_{-2}^2 3x^3 e^{\frac{x^2}{2}} \, dx = \dots\dots\dots$$

$$\int_1^3 \frac{1}{x} \, dx = \dots\dots\dots$$

$$\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{3}{1+x^2} \, dx = \dots\dots\dots$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2\theta) \, d\theta = \dots\dots\dots$$

/3pt

Soit  $n$  un entier supérieur ou égal à 3, compléter les égalités suivantes :

$$\sum_{k=2}^n 3^k = 3^2 \sum_{k=\dots}^{\dots} 3^k$$

$$\sum_{k=0}^n (k+1) \frac{1}{3^{k+1}} = \frac{1}{3} \sum_{k=\dots}^{n+1} \dots\dots \left(\frac{1}{3}\right)^{\dots}$$

Soit  $(u_n)$  une suite numérique quelconque, compléter les égalités suivantes :

$$\sum_{k=2}^n u_k = \sum_{k=0}^{\dots} u_{\dots}$$

$$\sum_{k=2}^n u_k = \sum_{k=\dots}^{\dots} u_{k+1}$$

$$\sum_{k=1}^n u_{n-k} = \sum_{k=\dots}^{\dots} u_k$$

/3pt

Soit  $n$  un entier supérieur ou égal à 1, simplifier les sommes suivantes :

$$\sum_{k=0}^n (k^4 - (k+1)^4) = \dots\dots\dots$$

$$\sum_{k=2}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k-1} \right) = \dots\dots\dots$$

/2pt

On considère la suite  $(u_n)$  définie par :

$$u_0 = 2, \quad u_1 = -1, \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} = nu_n - u_{n+1}$$

Ecrire une fonction `suite_u(n)` Python permettant de calculer  $u_n$

/2pt

$p$  et  $n$  sont deux entiers naturels vérifiant  $0 \leq p \leq n$

Simplifier :

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = \dots\dots\dots$$

$$\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = \dots\dots\dots$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{k}{p} = \dots\dots\dots$$

/2pt

Donner les limites suivantes et une brève explication :

$$1) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=2}^n k(k-1) \frac{1}{2^{n-2}} = \dots\dots\dots$$

En effet : .....

$$2) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{2n+2k} = \dots\dots\dots$$

En effet : .....

/2pt

Rappeler avec soin les deux limites du cours sur les suites appelé croissances comparées :

Calculer les limites suivantes et préciser si elles sont obtenues par application des règles sur les opérations de limites ou par résultats classiques du cours (croissance comparée) :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(0,1)^n}{n} = \dots\dots\dots \quad \text{opérations de limites } \square \quad \text{ou} \quad \text{croissance comparée } \square$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{2^n} = \dots\dots\dots \quad \text{opérations de limites } \square \quad \text{ou} \quad \text{croissance comparée } \square$$

/3pt

Illustrer par un dessin la méthode des rectangles :

Enoncer avec soin le théorème associé sur les sommes de Riemann.

/3pt