

Interrogation (**Sujet A**) (25 minutes)

Le barème est donné à titre indicatif.

Complétez les phrases, les égalités suivantes ou répondez aux questions.

Donnez la forme exponentielle avec un argument dans $] -\pi, \pi]$ des nombres complexes suivants :

$$1 - i = \dots \quad -2i = \dots \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} = \dots \quad 3 - i\sqrt{3} = \dots$$

/2pt

Rédiger (comme en classe : \Leftrightarrow , \exists , conclusion), la résolution sur \mathbb{R} de l'équation : $\sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

/3pt

Soit $(u_{i,j})_{(i,j) \in \mathbb{N}^2}$ une famille de nombres réels.

Compléter les égalités suivantes :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i u_{i,j} = \sum_{j=\dots}^{\dots} \sum_{i=\dots}^{\dots} u_{i,j}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n u_{i,j} = \sum_{1 \leq i < j \leq n} u_{i,j} + \sum_{1 \leq j < i \leq n} u_{i,j} + \dots$$

/3pt

• Montrer que tous réels θ et θ' : $e^{i\theta} + e^{i\theta'} = 2 \cos\left(\frac{\theta - \theta'}{2}\right) e^{i\frac{\theta + \theta'}{2}}$

.....
.....
.....

• **Application** : Donner une forme exponentielle des complexes suivants :

$$e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i\frac{\pi}{6}} = \dots \quad 1 + e^{i\frac{\pi}{4}} = \dots$$

/4pt

On note $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$,

Simplifier :

$$j^3 = \dots \quad \text{et} \quad 1 + j + j^2 = \dots$$

/2pt

Donner la formule donnant $\cos(2x)$ en fonction de $\sin(x)$.

$$\cos(2x) = \dots$$

En déduire $\sin^2(x)$ en fonction de $\cos(2x)$

$$\sin^2(x) = \dots$$

/2pt

VRAI - FAUX

$+\frac{1}{2}$ pour une réponse correcte et $-\frac{1}{2}$ pour une erreur (*Attention : il est parfois préférable de ne pas répondre*)

Vous devez justifier en quelques mots ou un petit dessin ($\times 2$).

1) **Affirmation :** $\forall \theta \in \mathbb{R}, \cos(\theta) + \sin(\theta) = \sqrt{2} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

Vrai Faux

En effet :

2) **Affirmation :** $\forall \theta \in \mathbb{R}, \sin(\pi - \theta) = \sin(\theta)$

Vrai Faux

En effet :

3) **Affirmation :** $\exists \theta \in \mathbb{R}, \cos(-\theta) = -\cos(\theta)$

Vrai Faux

En effet :

4) **Affirmation :** $\forall \theta \in \mathbb{R}, \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos(\theta)$

Vrai Faux

En effet :

/±4pt

VRAI - FAUX

+1 pour une réponse correcte et -1 pour une erreur (*Attention : il est parfois préférable de ne pas répondre*)

Ici on demande pas de justification

Dans toutes les questions suivantes, la lettre n désigne un entier naturel quelconque.

1) **Affirmation :** $\forall q \in \mathbb{C} \setminus \{1\}, \sum_{k=2}^n q^k = \frac{q^{n+1} - q^2}{q - 1}$ Vrai Faux

2) **Affirmation :** $\forall q \in \mathbb{C} \setminus \{1\}, \sum_{k=1}^n q^k = \frac{1 - q^n}{1 - q}$ Vrai Faux

3) **Affirmation :** $\sum_{i=0}^n (i^2 + 1)2^i = \left(\sum_{i=0}^n (i^2 + 1)\right) \left(\sum_{i=0}^n 2^i\right)$ Vrai Faux

4) **Affirmation :** $\prod_{i=0}^n (i^2 + 1)2^i = \left(\prod_{i=0}^n (i^2 + 1)\right) \left(\prod_{i=0}^n 2^i\right)$ Vrai Faux

5) **Affirmation :** $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n (i^2 + 1)2^j = \left(\sum_{i=0}^n (i^2 + 1)\right) \left(\sum_{i=0}^n 2^i\right)$ Vrai Faux

/±5pt