

Correction feuille Blitz_1 : Séries.

Cocher les cases : (*c'est un exercice de rapidité (10 minutes) vous pouvez faire un brouillon dans la marge*)

N'hésitez pas à répondre "je ne sais pas".

1. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de nombres réels, on note pour tout n , $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$.

Associée chaque notation avec leur nom :

$\sum_{n \in \mathbb{N}} u_n$	❶	❸	somme partielle d'ordre n
u_n	❷	❹	somme de la série de terme général (u_n)
S_n	❸	❺	suite des sommes partielles
$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$	❹	❷	terme général d'ordre n
(S_n)	❺	❶	série de terme général u_n

2. Dans cette question toutes les sommes existent.

Les égalités suivantes sont elles vraies ?

$\sum_{k=0}^{+\infty} (0,5)^k = 2$	Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas ☐
$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k!} = e - 1$	Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas ☐
$\sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{k+2} - \frac{1}{k+1} \right) = \frac{1}{3}$	Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐
$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(k+1)^2}$	Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas ☐

3. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de nombres réels, on note pour tout n , $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$.

on suppose $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \ell$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq 0$.

Les affirmations suivantes sont-elles **vraies et bien formulées** ?

$\sum_{k=0}^n u_k = \ell$	Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐
(S_n) converge vers ℓ	Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas ☐
$\sum_{k=0}^n u_k \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \ell$	Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas ☐
$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ converge	Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐
$\sum_{n \geq 0} u_n$ existe et vaut ℓ	Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐
$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \ell$	Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐

4. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de nombres réels, on note pour tout n , $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$.

On suppose que la série $\sum u_n$ diverge.

Peut-on en déduire les affirmations suivantes :

(S_n) diverge vers $+\infty$ Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐

(u_n) ne tend pas vers 0 Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐

(S_n) n'a pas de limite Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐

$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ n'existe pas Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas ☐

5. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de nombres réels, on note pour tout n , $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$.

On suppose que (u_n) est à valeurs positives.

Peut-on en déduire les affirmations suivantes :

(S_n) est croissante Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas ☐

$\sum u_n$ converge Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐

(S_n) a une limite Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas ☐

$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ existe Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐

6. Les affirmations suivantes sont-elles vraies :

$\sum_{n \geq 0} n5^n$ converge Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐

$\sum_{n \geq 0} \frac{1}{n+1}$ diverge Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas ☐

$\sum_{n \geq 2} \frac{1}{n \ln(n)}$ converge Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☒

$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n3^n}$ diverge Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐

$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ converge Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas ☐

$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = \ln(2)$ Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas ☐

7. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de nombres réels, on note pour tout n , $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$.

Peut-on affirmer les implications suivantes :

Si (S_n) est croissante alors $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq 0$ Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐

Si (u_n) converge vers 0 alors $\sum u_n$ converge Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐

Si (S_n) est majorée alors $\sum u_n$ converge Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas ☐

Si (u_n) converge vers $\ell \neq 0$ alors $\sum u_n$ diverge Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas ☐