

La colle commencera par une ou deux questions de cours.

• **Révision sur les fonctions.**

Fonctions usuelles. Propriétés, représentations graphiques.
 Définitions : Majorée, bornée, croissante, strictement croissante, ... Définition d'un intervalle.
 Limite d'une fonction. Passage à la limite sur les inégalités larges. Théorèmes de comparaison.
 Croissances comparées des fonctions.
 Théorème de limite monotone.
 Définition d'une fonction continue en x_0 . Prolongement par continuité.
 Définition d'une fonction dérivable en x_0 . Equation de la tangente.
 Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit et d'un quotient de fonctions dérivables.
 Dérivée d'une composée de fonctions dérivables. Dérivée de la fonction réciproque d'une bijection dérivable.
 Théorème des valeurs intermédiaires. Théorème de la bijection.
 L'image continue d'un segment est un segment.
 Théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis.
 Dérivée et sens de variations.

• **Révision sur les fonctions polynomiales réelles.**

Toute fonction polynomiale réelle de degré impair a au moins une racine réelle. (*Démonstration*)
 Fonction polynomiale dérivée.
 Un réel α est une racine multiple d'une fonction polynomiale P si, et seulement si, $P(\alpha) = 0$ et $P'(\alpha) = 0$
 (*Démonstration*)

• **Polynômes.**

Polynômes à coefficients dans $\mathbb{C}$. Notation $\sum_{k=0}^n a_k X^k$.
 Les opérations usuelles (combinaison linéaire, produit, composée) sur les polynômes fournissent des polynômes.
 Unicité de l'écriture des polynômes : un polynôme est nul si, et seulement si, tous ses coefficients sont nuls.
 Deux polynômes sont égaux si, et seulement si, ils ont les mêmes coefficients.
 Coefficient dominant et degré d'un polynôme. Degré d'une somme, d'un produit de polynômes.
 Notations $\mathbb{R}[X], \mathbb{C}[X], \mathbb{R}_n[X], \mathbb{C}_n[X]$.
 Définition d'une racine α . Théorème : $P(\alpha) = 0 \iff Q \in \mathbb{C}[X] : P = (X - \alpha)Q$. (*Démonstration*)
 (*La division euclidienne de polynômes est hors programme.*)
 Généralisation à plusieurs racines distinctes deux à deux.
 Le nombre de racines distinctes d'un polynôme non nul est majoré par son degré.
 Ordre de multiplicité d'une racine.
 La caractérisation de la multiplicité d'une racine à l'aide des polynômes dérivés n'est pas attendu du programme. (*Le polynôme dérivé n'est pas dans le programme de BCPST, mais on en retrouve au concours.*)
 Cas des polynômes réels : si α est racine, $\bar{\alpha}$ est aussi racine. (*Démonstration*)
 Théorème de d'Alembert-Gauss. Factorisation dans $\mathbb{C}[X]$. *Ce théorème est admis.*
 La factorisation dans $\mathbb{R}[X]$ est hors programme.

• **Python.**

Représentation graphique avec et sans **numpy**.
 Slicing sur les listes et listes en compréhension.

Pour les questions de cours :

On demandera un énoncé (une définition ou un théorème) du cours sur les fonctions.
 Puis la même chose sur le cours des polynômes.
 On ne donnera pas de démonstration en question de cours.

Pour les exercices :

- Etude de fonctions.
- Utilisation des théorèmes du cours sur les fonctions avec ou sans lien avec le cours sur les fonctions polynomiales.
- Factorisation des polynômes dans $\mathbb{C}[X]$.
- Utilisation des théorèmes du cours sur les polynômes.